

EXERCICE 4D.1

DEF est un triangle.

Soit P tel que $\overrightarrow{DP} = -3 \overrightarrow{EF}$

Soit Q tel que $\overrightarrow{DQ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{EF}$

→ Montrer que les points D, P et Q sont alignés.

EXERCICE 4D.2

ABCD est un parallélogramme.

Soit I tel que $\overrightarrow{AI} = 2 \overrightarrow{AD}$

Soit J tel que $\overrightarrow{BJ} = 2 \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

1. a. Montrer que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BD}$

b. Montrer que $\overrightarrow{CJ} = -2 \overrightarrow{BD}$

2. En déduire que C, I et J sont alignés.

EXERCICE 4D.3

ABC est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{AM} = 2 \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Soit N tel que $\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$.

→ Montrer que A, M et N sont alignés.

EXERCICE 4D.4

DEF est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{DM} = \frac{3}{4} \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF}$

Soit N tel que $\overrightarrow{DN} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{DE} + 2 \overrightarrow{DF}$.

→ Montrer que D, M et N sont alignés.

EXERCICE 4D.5

IJKL est un parallélogramme

Soit M tel que $\overrightarrow{IM} = 4 \overrightarrow{IJ}$

Soit N tel que $\overrightarrow{LN} = 2 \overrightarrow{JK} - 5 \overrightarrow{IJ}$

1. a. Montrer que $\overrightarrow{KM} = 3 \overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{JK}$

b. Montrer que $\overrightarrow{KN} = -6 \overrightarrow{IJ} + 2 \overrightarrow{JK}$

2. Montrer que K, M et N sont alignés

EXERCICE 4D.6

ABC est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{AM} = 3 \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

Soit N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

→ Montrer que (MN) et (AC) sont parallèles.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$)

EXERCICE 4D.7

ABC est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$

Soit N tel que $\overrightarrow{AN} = 2 \overrightarrow{AB} + 3 \overrightarrow{BC}$

→ Montrer que (MN) et (AC) sont parallèles.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$)

EXERCICE 4D.8

ABC est un triangle.

Soit E tel que $\overrightarrow{AE} = 3 \overrightarrow{BC} - 2 \overrightarrow{AB}$

Soit F tel que $\overrightarrow{CF} = 2 \overrightarrow{BC}$

→ Montrer que (AB) et (EF) sont parallèles.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}$)

EXERCICE 4D.9

IJK est un triangle.

Soit R tel que $\overrightarrow{JR} = 2 \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{IJ}$

Soit S tel que $\overrightarrow{IS} = 2 \overrightarrow{IK} - 3 \overrightarrow{IJ}$

→ Montrer que (IJ) et (RS) sont parallèles.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IS}$)

EXERCICE 4D.10

ABC est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 3 \overrightarrow{BC}$

Soit N tel que $\overrightarrow{BN} = 2 \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

→ Montrer que (MN) et (AC) sont parallèles.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$)

EXERCICE 4D.11

RSU est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{RS} - \overrightarrow{RU}$

Soit N tel que $\overrightarrow{RN} = 3 \overrightarrow{RU} - \frac{1}{2} \overrightarrow{RS}$

→ Montrer que M, S et N sont alignés

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RN}$)

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI**EXERCICE 4D.1 :** DEF est un triangle.

$$\text{On donne : } \overrightarrow{DP} = -3 \overrightarrow{EF} \text{ et } \overrightarrow{DQ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{EF}$$

$$\overrightarrow{DP} = x \times \frac{2}{3} \overrightarrow{EF} = -3 \overrightarrow{EF} \text{ donc } x \times \frac{2}{3} = -3$$

$$\text{Ainsi } \overrightarrow{DP} = -\frac{9}{2} \times \frac{2}{3} \overrightarrow{EF} = -\frac{9}{2} \overrightarrow{DP}$$

→ D, P et Q sont alignés

EXERCICE 4D.2 : $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ Parallélogramme ABCD : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ FAITES UNE FIGURE SOIGNEE

$$\begin{aligned} 1. \text{ a. } \overrightarrow{CI} &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} \\ &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \overrightarrow{CJ} &= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BJ} \\ &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = 2\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{BD} \end{aligned}$$

2. $\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{CI} \rightarrow$ C, I et J sont alignés**EXERCICE 4D.3 :** ABC est un triangle.On donne $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} &= 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = -2(-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}) \\ &= -2\overrightarrow{AN} \rightarrow \text{A, M et N sont alignés.} \end{aligned}$$

EXERCICE 4D.4 : DEF est un triangle.

$$\overrightarrow{DM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF} \text{ et } \overrightarrow{DN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{DE} + 2\overrightarrow{DF}$$

$$\overrightarrow{DN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{DE} + 2\overrightarrow{DF} = -2\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF}\right)$$

$$= -2\overrightarrow{DM} \rightarrow \text{D, M et N sont alignés.}$$

$$\text{Ou } \overrightarrow{DM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF} = -\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\overrightarrow{DE} + 2\overrightarrow{DF}\right) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DN}$$

EXERCICE 4D.5 : IJKL est un parallélogrammeOn donne : $\overrightarrow{IM} = 4\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{LN} = 2\overrightarrow{JK} - 5\overrightarrow{IJ}$ Parallélogramme IJKL : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$ et $\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{JK}$ FAITES UNE FIGURE SOIGNEE

$$\begin{aligned} 1. \text{ a. } \overrightarrow{KM} &= \overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{KI} + 4\overrightarrow{IJ} \\ &= \overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IJ} + 3\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KJ} + 3\overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{JK} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \overrightarrow{KN} &= \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LN} = \overrightarrow{JI} + 2\overrightarrow{JK} - 5\overrightarrow{IJ} \\ &= 2\overrightarrow{JK} - 6\overrightarrow{IJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \overrightarrow{KN} &= 2\overrightarrow{JK} - 6\overrightarrow{IJ} = -2(-\overrightarrow{JK} + 3\overrightarrow{IJ}) \\ &= -2\overrightarrow{KM} \rightarrow \text{K, M et N sont alignés} \end{aligned}$$

EXERCICE 4D.6 : ABC est un triangle.On donne $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} \\ &= 4\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \\ &= 5\overrightarrow{CA} \rightarrow \text{(MN) et (AC) sont parallèles.} \end{aligned}$$

EXERCICE 4D.7 : ABC est un triangle.On donne $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AC} \\ &= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \rightarrow \text{(MN) et (AC) sont parallèles} \end{aligned}$$

EXERCICE 4D.8 : ABC est un triangle.On donne : $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{BC}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF} \\ &= 3\overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} \\ &= 3\overrightarrow{AB} \rightarrow \text{(AB) et (EF) sont parallèles.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF} \\ &= 3\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC} \\ &= 3\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{CB} \\ &= \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ &= 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \\ &= 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \\ &= 3\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

EXERCICE 4D.9 : IJK est un triangle.On donne $\overrightarrow{JR} = 2\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IS} = 2\overrightarrow{IK} - 3\overrightarrow{IJ}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{RS} &= \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IS} \\ &= 2\overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{JI} + 2\overrightarrow{IK} - 3\overrightarrow{IJ} \\ &= 2\overrightarrow{KJ} + 5\overrightarrow{JI} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{IJ} + 5\overrightarrow{JI} \\ &= 3\overrightarrow{JI} \rightarrow \text{(IJ) et (RS) sont parallèles.} \end{aligned}$$

EXERCICE 4D.10 : ABC est un triangle.On donne $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} \\ &= \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} \\ &= 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} \rightarrow \text{(MN) // (AC)} \end{aligned}$$

EXERCICE 4D.11 : RSU est un triangle.

On donne $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{RS} - \overrightarrow{RU}$ et $\overrightarrow{RN} = 3 \overrightarrow{RU} - \frac{1}{2} \overrightarrow{RS}$

Ainsi : $\frac{1}{2} \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{SM} + \overrightarrow{RU}$ et $\overrightarrow{RS} = 2 \overrightarrow{SM} + 2 \overrightarrow{RU}$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RN}$$

$$= \overrightarrow{MS} + 2 \overrightarrow{MS} + 2 \overrightarrow{UR} + 3 \overrightarrow{RU} - \frac{1}{2} \overrightarrow{RS}$$

$$= 3 \overrightarrow{MS} + (\overrightarrow{RU} - \frac{1}{2} \overrightarrow{RS}) = 3 \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MS}$$

$$= 4 \overrightarrow{MS} \rightarrow M, S \text{ et } N \text{ sont alignés.}$$

Autre rédaction :

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RN}$$

$$= \frac{1}{2} \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RU} + \overrightarrow{SR} + 3 \overrightarrow{RU} - \frac{1}{2} \overrightarrow{RS}$$

$$= \frac{1}{2} \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RU} + \overrightarrow{SR} + 3 \overrightarrow{RU} + \frac{1}{2} \overrightarrow{SR}$$

$$= \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RU} + \overrightarrow{SR} + 3 \overrightarrow{RU}$$

$$= 2 \overrightarrow{SR} + 4 \overrightarrow{RU}$$

$$= \dots \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RU} \right)$$

$$= 4 \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RU} \right)$$

$$= 4 \overrightarrow{MS}$$