

PROBLEMES SUR LES FONCTIONS AFFINES**EXERCICE 5.1**

Une ville était peuplée de 150 000 habitants en 1950, puis de 220 000 habitants en 1985.
Si l'évolution se poursuit de façon affine, combien y aura-t-il d'habitants en 2020 ?

EXERCICE 5.2

Un capital de 5 000 € placé en 2006 vaut 6 000 € en 2010. Si l'évolution se poursuit de façon affine...

- a. ... à combien s'élèvera le capital en 2020 ?
- b. ... en quelle année atteindra-t-il 10 000 € ?

EXERCICE 5.3

Un bébé naît en mesurant 54 cm, et mesure 92 cm à 2 ans.

Si sa taille évoluait de façon affine, combien devrait-il mesurer à 18 ans ?

EXERCICE 5.4

Une action achetée 132 € vaut 167 € au bout de 24 mois de spéculation.

Si l'évolution se poursuit de façon affine, quand cette action doublera-t-elle son prix de départ ?

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER**EXERCICE 5.1**

Une ville était peuplée de 150 000 habitants en 1950, puis de 220 000 habitants en 1985. Si l'évolution se poursuit de façon affine, combien y aura-t-il d'habitants en 2020 ?

Soit f la fonction affine donnant le nombre d'habitants en fonction de l'année x : $f(x) = ax + b$.

$$\text{Ainsi : } a = \frac{f(1985) - f(1950)}{1985 - 1950} = \frac{220000 - 150000}{35} = \frac{70}{35} = 2 \quad \text{donc } f(x) = 2x + b$$

$$\text{Or } f(1950) = 150000 \Leftrightarrow 2 \times 1950 + b = 150000 \Leftrightarrow 3900 + b = 150000 \Leftrightarrow b = 150000 - 3900 = 146100$$

$$\text{Ainsi : } f(x) = 2x + 146100.$$

$$\text{En 2020, il y aurait : } f(2020) = 2 \times 2020 + 146100 = 4040 + 146100 = 150140 \text{ habitants.}$$

EXERCICE 5.2

Un capital de 5 000 € placé en 2006 vaut 6 000 € en 2010. Si l'évolution se poursuit de façon affine...

a. ... à combien s'élèvera le capital en 2020 ?

b. ... en quelle année atteindra-t-il 10 000 € ?

Soit f la fonction affine donnant la valeur du capital en fonction de l'année x : $f(x) = ax + b$.

$$\text{Ainsi : } a = \frac{f(2010) - f(2006)}{2010 - 2006} = \frac{6000 - 5000}{4} = \frac{1000}{4} = 250 \quad \text{donc } f(x) = 250x + b.$$

$$\text{Or } f(2010) = 6000 \Leftrightarrow 250 \times 2010 + b = 6000 \Leftrightarrow 502500 + b = 6000 \Leftrightarrow b = 6000 - 502500 = -496500$$

$$\text{Ainsi : } f(x) = 250x - 496500.$$

a. En 2020, il atteindrait $f(2020) = 250 \times 2020 - 496500 = 8500$ €.

b. $f(x) \geq 10000 \Leftrightarrow 250x - 496500 \geq 10000 \Leftrightarrow 250x \geq 10000 + 496500 \Leftrightarrow 250x \geq 506500$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{506500}{250} \Leftrightarrow x \geq 2026 \quad \rightarrow \text{en 2026.}$$

EXERCICE 5.3

Un bébé naît en mesurant 54 cm, et mesure 92 cm à 2 ans. Si sa taille évoluait de façon affine, combien devrait-il mesurer à 18 ans ?

Soit f la fonction affine donnant la taille de l'enfant en fonction de l'année x : $f(x) = ax + b$.

$$\text{Ainsi : } a = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{92 - 54}{2} = \frac{38}{2} = 19 \quad \text{donc } f(x) = 19x + b.$$

$$\text{Or } f(0) = 54 \Leftrightarrow 19 \times 0 + b = 54 \Leftrightarrow b = 54 \quad \text{Ainsi : } f(x) = 19x + 54.$$

$$\text{Si sa taille évoluait de façon affine, à 18 ans il mesurerait : } f(18) = 19 \times 18 + 54 = 342 \text{ soit } 342 \text{ cm.}$$

EXERCICE 5.4

Une action achetée 132 € vaut 167 € au bout de 24 mois de spéculation. Si l'évolution se poursuit de façon affine, quand cette action doublera-t-elle son prix de départ ?

Soit f la fonction affine donnant la valeur de l'action en fonction du nombre de mois x : $f(x) = ax + b$.

$$\text{Ainsi : } a = \frac{f(24) - f(0)}{24 - 0} = \frac{167 - 132}{24} = \frac{35}{24} \quad \text{donc } f(x) = \frac{35}{24}x + b.$$

$$\text{Or } f(0) = 132 \Leftrightarrow \frac{35}{24} \times 0 + b = 132 \Leftrightarrow b = 132 \quad \text{Ainsi : } f(x) = \frac{35}{24}x + 132.$$

Dans une progression affine, cette action doublerait sa valeur si :

$$f(x) \geq 2 \times 132 \Leftrightarrow \frac{35}{24}x + 132 \geq 264 \Leftrightarrow \frac{35}{24}x \geq 264 - 132 \Leftrightarrow \frac{35}{24}x \geq 132 \Leftrightarrow x \geq 132 \times \frac{24}{35} \Leftrightarrow x \geq \frac{3168}{35}$$

Soit $f(x) \geq 90,51$: à partir du 91 mois.