

**EXERCICE 5A.1**

Etudier le nombre de solutions puis résoudre ce système : 
$$\begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$$

**EXERCICE 5A.2**

Etudier le nombre de solutions puis résoudre ce système : 
$$\begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ -4x + 5y = 7 \end{cases}$$

**EXERCICE 5A.3**

Etudier le nombre de solutions puis résoudre ce système : 
$$\begin{cases} 5x - 2y = 11 \\ -10x + 4y = 9 \end{cases}$$

**EXERCICE 5A.4**

Etudier le nombre de solutions puis résoudre ce système : 
$$\begin{cases} -x - 2y = 4 \\ 3x + 6y = -12 \end{cases}$$



**CORRIGE - Lycée Notre Dame de La Merci – Montpellier**

**EXERCICE 5A.1** Etudier le nombre de solutions puis résoudre ce système : 
$$\begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$$

Les coefficients de ce système donnent : 
$$\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 3 - 1 \times (-4) = 6 + 4 = 10$$

→ ce système possède un unique couple solution.

NB : On aurait également pu utiliser des vecteurs directeurs de ces deux droites,  $\vec{u}_1 \begin{vmatrix} 4 \\ 2 \end{vmatrix}$  et  $\vec{u}_2 \begin{vmatrix} -3 \\ 1 \end{vmatrix}$  :

$4 \times 1 - 2 \times (-3) = 4 + 6 = 10$  donc ces vecteurs ne sont pas colinéaires et les droites ne sont pas parallèles.

$$\begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ x + 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times (11 - 3y) - 4y = 2 \\ x = 11 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22 - 6y - 4y = 2 \\ x = 11 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10y = -20 \\ x = 11 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-20}{-10} = 2 \\ x = 11 - 3 \times 2 = 5 \end{cases}$$

Vérification :  $2x - 4y = 2 \times 5 - 4 \times 2 = 10 - 8 = 2$

$$x + 3y = 5 + 3 \times 2 = 5 + 6 = 11$$

Le couple (5;2) est solution de ce système.

**EXERCICE 5A.2** Etudier le nombre de solutions puis résoudre ce système : 
$$\begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ -4x + 5y = 7 \end{cases}$$

Les coefficients de ce système donnent : 
$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} = 3 \times 5 - (-2) \times (-4) = 10 - 8 = 2$$

→ ce système possède un unique couple solution.

NB : On aurait également pu utiliser des vecteurs directeurs de ces deux droites,  $\vec{u}_1 \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix}$  et  $\vec{u}_2 \begin{vmatrix} -5 \\ -4 \end{vmatrix}$  :

$2 \times (-4) - 3 \times (-5) = -8 + 15 = 7$  donc ces vecteurs ne sont pas colinéaires, les droites ne sont pas parallèles

$$\begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ -4x + 5y = 7 \end{cases} \begin{matrix} \times 4 \\ \times 3 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 8y = -28 \\ -12x + 15y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow (\text{on ajoute les deux lignes}) \begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ 12x - 8y + (-12x + 15y) = -28 + 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ 12x - 8y - 12x + 15y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ 7y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2y - 7 = 2 \times (-1) - 7 = -9 \\ y = \frac{-7}{7} = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9}{3} = -3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vérification :  $3 \times (-3) - 2 \times (-1) = -9 + 2 = -7$

$$-4 \times (-3) + 5 \times (-1) = 12 - 5 = 7$$

Le couple (-3;-1) est solution de ce système.



**EXERCICE 5A.3** Etudier le nombre de solutions puis résoudre ce système : 
$$\begin{cases} 5x - 2y = 11 \\ -10x + 4y = 9 \end{cases}$$

Les coefficients de ce système donnent : 
$$\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -10 & 4 \end{vmatrix} = 5 \times 4 - (-2) \times (-10) = 20 - 20 = 0$$

→ les droites sont parallèles ou confondues : il y a une infinité de solutions ou aucune solution.

NB : On aurait également pu utiliser des vecteurs directeurs de ces deux droites,  $\vec{u}_1 \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$  et  $\vec{u}_2 \begin{vmatrix} -4 \\ -10 \end{vmatrix}$  :

$$\det(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = 2 \times (-10) - 5 \times (-4) = -20 + 20 = 0$$

→ ces vecteurs sont colinéaires, les droites sont parallèles ou confondues

On trouve un point de la première droite (habituellement on prend  $x=0$  ou  $y=0$ ) :

$$\text{Si } x=0 \text{ alors } 5 \times 0 - 2y = 11 \Leftrightarrow y = -\frac{11}{2}, \text{ ce qui donne le point de coordonnées } \left(0; -\frac{11}{2}\right)$$

Ce point appartient-il à la deuxième droite ?

$$-10x + 4y = -10 \times 0 + 4 \times \left(-\frac{11}{2}\right) = -\frac{44}{2} = -22 \neq 9$$

Ce point n'appartient pas à la deuxième droite donc les deux droites sont parallèles et distinctes

→ Ce système n'admet pas de solution :  $S = \emptyset$

**EXERCICE 5A.4** Etudier le nombre de solutions puis résoudre ce système : 
$$\begin{cases} -x - 2y = 4 \\ 3x + 6y = -12 \end{cases}$$

Les coefficients de ce système donnent : 
$$\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = -1 \times 6 - (-2) \times 3 = -6 + 6 = 0$$

→ les droites sont parallèles ou confondues : il y a une infinité de solutions ou aucune solution.

NB : On aurait également pu utiliser des vecteurs directeurs de ces deux droites,  $\vec{u}_1 \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$  et  $\vec{u}_2 \begin{vmatrix} -6 \\ 3 \end{vmatrix}$  :

$$\det(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = 2 \times 3 - (-1) \times (-6) = 6 - 6 = 0$$

→  $\vec{u}_2 = -3\vec{u}_1$  : ces vecteurs sont colinéaires, les droites sont parallèles ou confondues

On trouve un point de la première droite (habituellement on prend  $x=0$  ou  $y=0$ ) :

$$\text{Si } y=0 \text{ alors } -x - 2 \times 0 = 4 \Leftrightarrow x = -4, \text{ ce qui donne le point de coordonnées } (-4; 0)$$

Ce point appartient-il à la deuxième droite ?

$$3x + 6y = 3 \times (-4) + 6 \times 0 = -12$$

Ce point appartient à la deuxième droite donc les deux droites sont confondues :

→ Ce système admet une infinité de solutions toutes situées sur la droite d'équation  $-x - 2y = 4$ .

$$S = \{(x; y) \text{ tels que } -x - 2y = 4\}$$