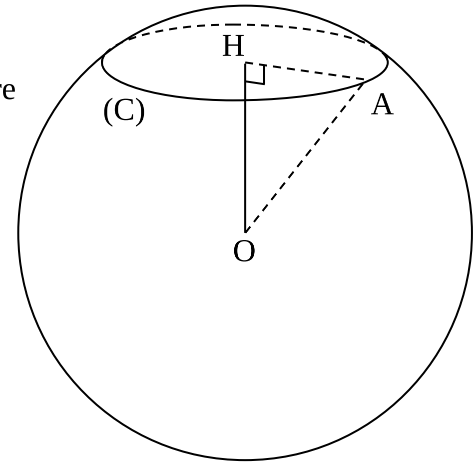
EXERCICE 1

Un plan coupe une sphère de centre O et de rayon 10 cm selon un cercle (C) de centre H.
La distance OH du centre de la sphère à ce plan vaut 6 cm.



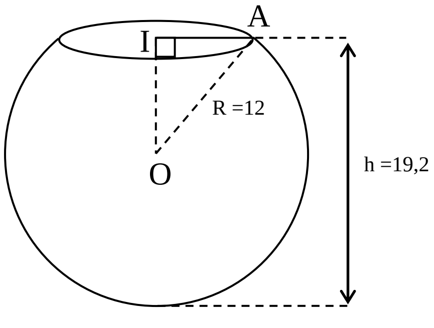
La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Cette figure représente la sphère et le cercle (C).
Le point A est un point du cercle (C).

1. En utilisant uniquement les données de l'énoncé, tracer en vraie grandeur le triangle OHA, rectangle en H.
On laissera les traits de construction apparents.

2. Calculer le rayon du cercle (C).

EXERCICE 2

Un aquarium a la forme d'une calotte sphérique de centre O (voir schéma ci-dessous), qui a pour rayon R = 12 et pour hauteur h = 19,2 (en centimètres).

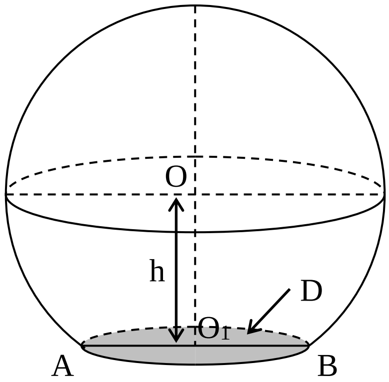


1. Calculer la longueur OI puis la longueur IA.
2. Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

où R est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.
Calculer la valeur approchée du volume de cet aquarium au cm^3 prés.
3. On verse 6 litres d'eau dans cet aquarium.
Au moment de changer l'eau de l'aquarium, on transvase son contenu dans un récipient parallélépipédique de 26 cm de longueur et de 24 cm de largeur.
Déterminer la hauteur *x* de l'eau dans le récipient. Arrondir le résultat au mm.

EXERCICE 3

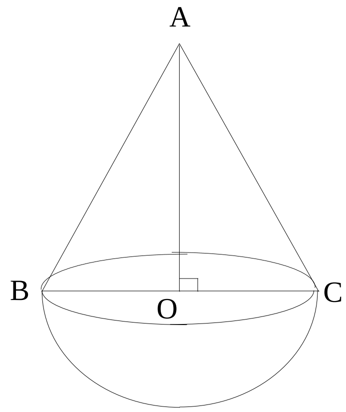


Un menuisier doit tailler des boules en bois de 10 cm de diamètre pour les disposer sur une rampe d'escalier. Il confectionne d'abord des cubes de 10 cm d'arête dans lesquels il taille chaque boule.
1. Dans chaque cube, déterminer le volume (au cm^3 prés) de bois perdu, une fois la boule taillée.
2. Il découpe ensuite la boule de centre O suivant un plan pour la coller sur son emplacement. La surface ainsi obtenue est un disque D de centre O_1 et de diamètre AB = 5 cm.
Calculer à quelle distance du centre de la boule (h sur la figure) il doit réaliser cette découpe. Arrondir h au millimètre.

Rappel du volume d'une boule de rayon R : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

EXERCICE 4

L'unité est le centimètre.
Un jouet a la forme d'une demi–boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A, comme l'indique la figure ci–contre.

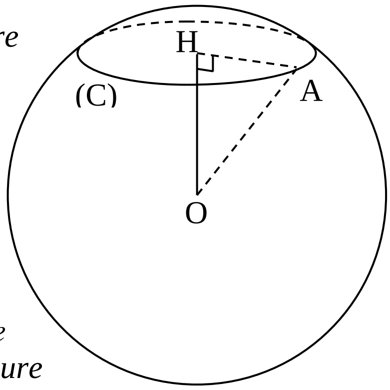


Le segment [BC] est un diamètre de la base du cône ; le point O est le centre de cette base.
On donne AB = 7 et BC = 6 .

1. a) Construire en vraie grandeur le triangle rectangle AOB.
   b) Calculer la valeur exacte de AO.
   c) Calculer la valeur exacte du sinus de l'angle $\widehat{BAO}$.
   En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAO}$ (on donnera le résultat arrondi au degré près).
2. Calculer le volume de ce jouet, cône et demi–boule réunis (on donnera le résultat arrondi au cm^3 près).

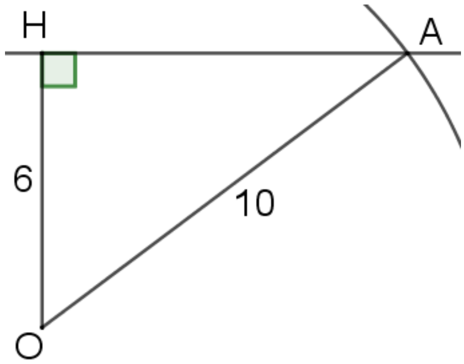
CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI

EXERCICE 1



Un plan coupe une sphère de centre O et de rayon 10 cm selon un cercle (C) de centre H.
La distance OH du centre de la sphère à ce plan vaut 6 cm.
La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Cette figure représente la sphère et le cercle (C).
Le point A est un point du cercle (C).

1. *En utilisant uniquement les données de l'énoncé, tracer en vraie grandeur le triangle OHA, rectangle en H. On laissera les traits de construction apparents.*



2. *Calculer le rayon du cercle (C).*

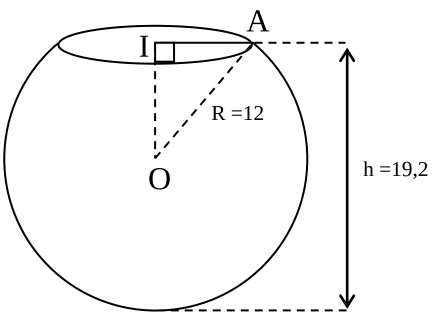
$[OA]$ est un rayon du cercle dont $OA = 10\text{ cm}$.

Le triangle OAH est rectangle en H, d'après la propriété de Pythagore : $OH^2 + HA^2 = OA^2$

Soit : $HA^2 = OA^2 - OH^2 = 10^2 - 6^2 = 64$

Ainsi : $HA = \sqrt{64} = 8$ cm.

EXERCICE 2



Un aquarium a la forme d'une calotte sphérique de centre O (voir schéma ci-dessous), qui a pour rayon $R = 12$ *et pour hauteur h = 19,2 cm.*

1. *Calculer la longueur OI puis la longueur IA.*

La hauteur h est égale au rayon + OI, donc :

$$OI = h - R = 19{,}2 - 12 = 7{,}2\text{ cm.}$$

2. *Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :* $V = \dfrac{\pi h^2}{3}(3R - h)$ *où R est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.*

Calculer la valeur approchée du volume de cet aquarium au cm³ près.

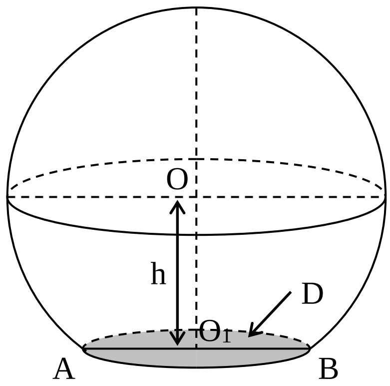
$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h) = \frac{\pi \times 19{,}2^2}{3}(3\times 12 - 19{,}2) \simeq 6485$$

3. *On verse 6 litres d'eau dans cet aquarium.*
Au moment de changer l'eau de l'aquarium, on transvase son contenu dans un récipient parallélépipédique de 26 cm de longueur et de 24 cm de largeur.
Déterminer la hauteur x de l'eau dans le récipient. Arrondir le résultat au mm.

On transfère 6 litres d'eau soit $6\,000\text{ cm}^3$ dans un récipient parallélépipédique. On doit résoudre l'équation :

$$26 \times 24 \times x = 6\,000 \iff x = \frac{6\,000}{26 \times 24} \simeq 9{,}6\text{ cm.}$$

EXERCICE 3



Un menuisier doit tailler des boules en bois de 10 cm de diamètre pour les disposer sur une rampe d'escalier. Il confectionne d'abord des cubes de 10 cm d'arête dans lesquels il taille chaque boule.

1. *Dans chaque cube, déterminer le volume (au cm³ près) de bois perdu, une fois la boule taillée.*

Le volume cherché est la différence entre les volumes d'un cube de 10 cm de côté et d'une boule de 5 cm de rayon :

$$10^3 - \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \simeq 476\text{ cm}^3$$

2. *Il découpe ensuite la boule de centre O suivant un plan pour la coller sur son emplacement. La surface ainsi obtenue est un disque D de centre O₁ et de diamètre AB = 5 cm.*
Calculer à quelle distance du centre de la boule (h sur la figure) il doit réaliser cette découpe. Arrondir h au millimètre.

Si le diamètre $[AB]$ mesure 5 cm, alors

$$O_1A = 2{,}5\text{ cm avec } OA = 5\text{ cm.}$$

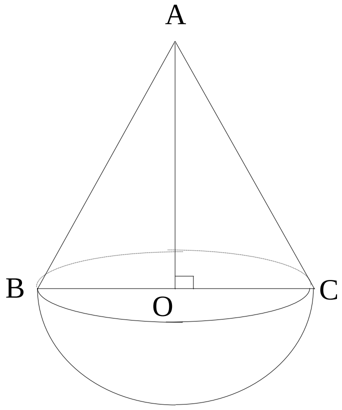
Le triangle OO_1A est rectangle en O_1, d'après la propriété de Pythagore : $OO_1^{\,2} + O_1A^2 = OA^2$

Soit : $OO_1^{\,2} = OA^2 - O_1A^2 = 5^2 - 2{,}5^2 = 18{,}75$

Ainsi : $OO_1 = \sqrt{18{,}75} \simeq 4{,}3\text{ cm}$

EXERCICE 4

L'unité est le centimètre.
Un jouet a la forme d'une demi–boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A, comme l'indique la figure ci–contre.



Le segment [BC] est un diamètre de la base du cône ; le point O est le centre de cette base.
On donne AB = 7 et BC = 6 .

1. *a) Construire en vraie grandeur le triangle rectangle AOB.*

b) *Calculer la valeur exacte de AO.*

Le triangle OAB est rectangle en O avec $OB = 3$ cm, d'après la propriété de Pythagore :

$$OA^2 + OB^2 = AB^2$$

Soit : $OA^2 = AB^2 - OB^2 = 7^2 - 3^2 = 40$

Ainsi : $OA = \sqrt{40} \simeq 6,3$ cm

c) *Calculer la valeur exacte du sinus de l'angle $\widehat{BAO}$.*

En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAO}$ (on donnera le résultat arrondi au degré près).

Le triangle OAB est rectangle en O :

$$\sin \widehat{BAO} = \frac{OB}{AB} = \frac{3}{7}$$

Ainsi : $\widehat{BAO} \simeq 25°$

2. *Calculer le volume de ce jouet, cône et demi–boule réunis (on donnera le résultat arrondi au cm^3 près).*

3. Volume de la demi-boule + volume du cône :

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 + \frac{\pi \times 3^3 \times \sqrt{40}}{3}$$

$$V = 18\pi + 9\pi \times \sqrt{40}$$

$$V \simeq 235 \text{ cm}^3$$