Exercice 9A.1

On considère les trois points : $A(2;1)$, $B(3;-4)$ et $C(2;0)$.

On veut placer le point $M(x;y)$ tel que :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

Exercice 9A.2 :

On considère les trois points : $A(4;2)$, $B(-2;1)$ et $C(-3;5)$.

Déterminer les coordonnées du point $M(x;y)$ tel que :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$$

Exercice 9A.3 :

On donne les points : $A(1;5)$, $B(-2;-6)$ et $C(-2;6)$.

Résoudre l'équation vectorielle :

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Exercice 9A.4 :

On donne les points : $A(-3;8)$, $B(5;-2)$ et $C(7;1)$.

Résoudre l'équation vectorielle :

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Exercice 9A.5 :

On considère les trois points : $D(3;9)$, $E(-2;4)$ et $F(5;-4)$.

Trouver le point $M(x;y)$ tel que :

$$2\overrightarrow{DM} + 5\overrightarrow{MF} = 7\overrightarrow{ED}.$$

Exercice 9A.6 :

On considère les deux points $A(3;5)$ et $B(-2;7)$.

Trouver le point $M(x;y)$ tel que :

$$2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{BM} = 7\overrightarrow{BA}.$$

Exercice 9A.7 :

On considère les trois points : $C(1;5)$, $D(-1;2)$ et $E(4;9)$.

Trouver le point $M(x;y)$ tel que :

$$\overrightarrow{CM} + 4\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DE}.$$

Exercice 9A.1

On considère les trois points : $A(2;1)$, $B(3;-4)$ *et* $C(2;0)$.

On veut placer le point $M(x;y)$ *tel que :* $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} 3-2 \\ -4-1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} 1 \\ -5 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} 2-2 \\ 0-1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} 1+0 \\ (-5)+(-1) \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} 1 \\ -6 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM}\begin{vmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{vmatrix} x-2 \\ y-1 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ y-1=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2=3 \\ y=-6+1=-5 \end{cases}$$

On obtient : $M(3;-5)$

Exercice 9A.2 :

On considère les trois points : $A(4;2)$, $B(-2;1)$ *et* $C(-3;5)$.

Déterminer les coordonnées du point $M(x;y)$ *tel que :* $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

Première méthode :

$$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} -2-4 \\ 1-2 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} -6 \\ -1 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} -3-4 \\ 5-2 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} -7 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM}\begin{vmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{vmatrix} x-4 \\ y-2 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=2\times(-6)-3\times(-7) \\ y-2=2\times(-1)-3\times 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=-12+21 \\ y-2=-2-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=9 \\ y-2=-11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=9+4 \\ y=-11+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=13 \\ y=-9 \end{cases} \rightarrow \text{soit } M(13;-9).$$

Deuxième méthode :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - x_A = 2(x_B - x_A) - 3(x_C - x_A) \\ y_M - y_A = 2(y_B - y_A) - 3(y_C - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=2(-2-4)-3(-3-4) \\ y-2=2(1-2)-3(5-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=2(-6)-3(-7) \\ y-2=2(-1)-3\times 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=-12+21 \\ y-2=-2-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=9 \\ y-2=-11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9+4=13 \\ y=-11+2=-9 \end{cases}$$

Exercice 9A.3 :

On donne les points : $A(1;5)$, $B(-2;-6)$ et $C(-2;6)$.

Résoudre l'équation vectorielle : $2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_M - x_A) - 3(x_M - x_B) + 4(x_C - x_M) = 0 \\ 2(y_M - y_A) - 3(y_M - y_B) + 4(y_C - y_M) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_M - 1) - 3(x_M - (-2)) + 4(-2 - x_M) = 0 \\ 2(y_M - 5) - 3(y_M - (-6)) + 4(6 - y_M) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_M - 2 - 3(x_M + 2) - 8 - 4x_M = 0 \\ 2y_M - 10 - 3(y_M + 6) + 24 - 4y_M = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_M - 2 - 3x_M - 6 - 8 - 4x_M = 0 \\ 2y_M - 10 - 3y_M - 18 + 24 - 4y_M = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x_M - 16 = 0 \\ -5y_M - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x_M = 16 \\ -5y_M = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{16}{-5} = -\frac{16}{5} \\ y_M = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Les coordonnées de M sont : $M\left(-\frac{16}{5};-\frac{4}{5}\right)$.

Exercice 9A.4 :

On donne les points : $A(-3;8)$, $B(5;-2)$ et $C(7;1)$.

Résoudre l'équation vectorielle : $2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+3) - 3(x-5) + 4(7-x) = 0 \\ 2(y-8) - 3(y+2) + 4(1-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6 - 3x + 15 + 28 - 4x = 0 \\ 2y - 16 - 3y - 6 + 4 - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 49 = 0 \\ -5y - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x = -49 \\ -5y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-49}{-5} = \frac{49}{5} \\ y = \frac{18}{-5} = -\frac{18}{5} \end{cases}$$ **on obtient** $\mathbf{M}\left(\frac{49}{5};-\frac{18}{5}\right)$

Exercice 9A.5 :

On considère les trois points : $D(3;9)$, $E(-2;4)$ et $F(5;-4)$.

Trouver le point $M(x;y)$ *tel que :* $2\overrightarrow{DM} + 5\overrightarrow{MF} = 7\overrightarrow{ED}$.

$$2\overrightarrow{DM} + 5\overrightarrow{MF} = 7\overrightarrow{ED} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-3) + 5(5-x) = 7\times(3-(-2)) \\ 2(y-9) + 5(-4-y) = 7\times(9-4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6 + 25 - 5x = 7\times 5 \\ 2y - 1 - 20 - 5y = 7\times 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 19 - 3x = 35 \\ -21 - 3y = 35 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x = 35 - 19 \\ -3y = 35 + 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x = 16 \\ -3y = 56 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16}{-3} = -\frac{16}{3} \\ y = \frac{56}{-3} = -\frac{56}{3} \end{cases}$$

Soit : $M\left(-\frac{16}{3};-\frac{56}{3}\right)$.

Exercice 9A.6 :

On considère les deux points $A(3;5)$ et $B(-2;7)$.

Trouver le point $\mathrm{M}(x;y)$ *tel que :* $2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}=7\overrightarrow{BA}$.

$$2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}=7\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases}2(x-3)+3(x-(-2))=7(3-(-2))\\2(y-5)+3(y-7)=7(5-7)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2x-6+3x+6=35\\2y-10+3y-21=-14\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}5x=35\\5y=-14+31\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{35}{5}=7\\y=\dfrac{17}{5}\end{cases} \to M\left(7;\frac{17}{5}\right)$$

Exercice 9A.7 :

On considère les trois points : $\mathrm{C}(1;5)$, $\mathrm{D}(-1;2)$ et $\mathrm{E}(4;9)$.

Trouver le point $\mathrm{M}(x;y)$ *tel que :* $\overrightarrow{CM}+4\overrightarrow{DM}-\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{DE}$.

La relation de Chasles peut réduire l'équation vectorielle :

$$\overrightarrow{CM}+4\overrightarrow{DM}-\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{DE}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CM}+4\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CM}\right)-\left(\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CM}\right)=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{ED}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CM}+4\overrightarrow{DC}+4\overrightarrow{CM}-\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{ED}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{EC}+4\overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{CM}=\left(\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CD}\right)+\overrightarrow{EC}+5\overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{EC}+6\overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{EC}+3\overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2(x-1)=1-4+3(-1-1)\\2(y-5)=5-9+3(2-5)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2x-2=-3-6\\2y-10=-4-9\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2x=-9+2\\2y=-13+10\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{-7}{2}\\y=\dfrac{-3}{2}\end{cases}$$

Soit $\mathrm{M}\left(\frac{-7}{2};\frac{-3}{2}\right)$.