

Problèmes sur les inéquations

Exercice 7B.1 :

Vous avez 20 € pour prendre un taxi. La course coûte 5 € plus 2,50 € par kilomètre.

On désigne par m le nombre de kilomètres parcourus.

Écrire une inéquation permettant de calculer à combien de kilomètres le taxi pourra vous conduire avec 20 €.

Exercice 7B.2 :

Un commerçant dépense 75 € pour fabriquer 150 glaces. Le prix d'une glace est de 2,50 €.

Combien doit-il faire de glace pour réaliser un bénéfice supérieur à 76 €.

Exercice 7B.3 :

Voici les tarifs annuels de l'eau dans deux communes :

- La commune A facture un abonnement annuel de 32 € puis 1,13 € le m^3 d'eau consommé

- La commune B facture un abonnement annuel de 14 € puis 1,72 € le m^3 d'eau consommé

À partir de quelle consommation d'eau au dixième de m^3 près, le tarif de la commune A est-il plus avantageux que le tarif de la commune B ?

Exercice 7B.4 :

Eric vient de faire le plein de sa voiture. Le réservoir de sa voiture contient 54 ℓ de carburant et sa consommation est de 7 ℓ pour 100 km.

Quand Eric doit-il faire de nouveau le plein de sa voiture s'il ne veut pas être sur la réserve de 5 ℓ du réservoir ?

Exercice 7B.5 :

Un camion pesant à vide 2 tonnes doit passer un pont limité à 6 tonnes.

Combien de caisses de 118 kg peut-il transporter ?

Exercice 7B.6 :

Un motard poursuit une voiture sur une autoroute. La voiture est à 150 km de la sortie et roule à 120 km/h.

Le motard roule à 130 km/h et se situe x km derrière la voiture.

Pour quelles valeurs de x le motard rattrape-t-il la voiture avant la sortie ?

Exercice 7B.7 :

Deux opérateurs téléphoniques proposent les tarifs suivants : 0,16 € la minute avec un abonnement de 12 € pour le premier et 0,28 € sans abonnement pour le second.

Pour quelles durées de communication le premier opérateur est-il plus avantageux ?

Exercice 7B.8 :

Soit un rectangle de 6 cm par 10 cm. De combien de cm peut-on augmenter sa largeur et sa longueur pour que son périmètre reste inférieur à 96 cm ?

Exercice 7B.9 :

On propose à un représentant deux offres d'emploi.

La société A lui propose un fixe mensuel de 1000 € avec un intéressement de 15 % sur montant des ventes effectuées. La société B lui propose un fixe de 600 € avec un intéressement de 25 %. Le représentant hésite puis se décide pour la société B. Quelle montant minimum de ventes pense-t-il réaliser par mois ?

Exercice 7B.10 :

Un particulier a des marchandises à faire transporter. Un premier transporteur lui demande 460 € au départ et 3,50 € par kilomètre. Un second transporteur lui demande 1 000 € au départ et 2 € par kilomètre.

Pour quelles distances à parcourir est-il plus avantageux de s'adresser au second transporteur ?

Exercice 7B.11 :

Les parents d'Evan souhaitent acheter une voiture.
Ils parcourent en moyenne 25 000 km par an et voudraient conserver ce véhicule au moins 3 ans. Ils hésitent entre deux modèles.
Un modèle diesel à 29 500 € et un modèle essence à 25 000€.



Modèle 1 : Véhicule diesel. Consommation moyenne aux 100 km : 4,2 L.	Modèle 2 : Véhicule essence. Consommation moyenne aux 100 km : 6,4 L.
Prix moyen au litre des carburants :	
Gazole : 1,339 €	Essence : 1,449 €

Au bout de combien d'années le diesel devient-il plus avantageux ?

Exercice 7B.12 :

Un père de trois enfants laisse en héritage 1600 couronnes. Le testament précise que l'aîné doit recevoir 200 couronnes de plus que le deuxième, le deuxième 100 couronnes de plus que le dernier. De quelle somme hérite chacun des enfants ?

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet
Exercice 7B.1 :

Vous avez 20 € pour prendre un taxi. La course coûte 5 € plus 2,50 € par kilomètre.

On désigne par m le nombre de kilomètres parcourus.

Écrire une inéquation permettant de calculer à combien de kilomètres le taxi pourra vous conduire avec 20€

Soit m le nombre de kilomètres parcourus :

$$5 + 2,5m \leq 20$$

$$\Leftrightarrow 2,5m \leq 20 - 5$$

$$\Leftrightarrow 2,5m \leq 15$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{15}{2,5}$$

$$\Leftrightarrow m \leq 6$$

Avec 20 €, on pourra parcourir au maximum 6 kilomètres.

Exercice 7B.2 :

Un commerçant dépense 75 € pour fabriquer 150 glaces. Le prix d'une glace est de 2,50 €.

Combien doit-il faire de glace pour réaliser un bénéfice supérieur à 76 €.

Soit x le nombre de glaces réalisées, le bénéfice est la différence entre ce que l'on gagne (les recettes) et ce que l'on a dépensé pour produire les glaces :

$$\text{bénéfice} = \text{recettes} - \text{coûts} = 2,50 \times x - 75$$

On veut un bénéfice supérieur à 76 €, soit :

$$2,50x - 75 > 76$$

$$\Leftrightarrow 2,50x > 76 + 75$$

$$\Leftrightarrow 2,50x > 151$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{151}{2,50}$$

$$\Leftrightarrow x > 60,4$$

Le commerçant aura un bénéfice supérieur à 76 € à partir de la 61^{ème} glace.

Exercice 7B.3 :

Voici les tarifs annuels de l'eau dans deux communes :

- *La commune A facture un abonnement annuel de 32 € puis 1,13 € le m^3 d'eau consommé*
- *La commune B facture un abonnement annuel de 14 € puis 1,72 € le m^3 d'eau consommé*

À partir de quelle consommation d'eau au dixième de m^3 près, le tarif de la commune A est-il plus avantageux que le tarif de la commune B ?

Soit x le nombre de m^3 d'eau consommés.

Le coût de la commune A serait égal à : $32 + 1,13 \times x$.

Le coût de la commune B serait égal à : $14 + 1,72 \times x$.

La question posée revient à résoudre :

$$32 + 1,13 \times x < 14 + 1,72 \times x$$

$$\Leftrightarrow 1,13x < 14 + 1,72x - 32$$

$$\Leftrightarrow 1,13x - 1,72x < 14 - 32$$

$$\Leftrightarrow -0,59x < -18$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{-18}{-0,59}$$

$$\Leftrightarrow x > 30,5$$

Le tarif de la commune A est plus avantageux que le tarif de la commune B à partir de 30,6 m³ d'eau consommés.

Exercice 7B.4 :

Eric vient de faire le plein de sa voiture. Le réservoir de sa voiture contient 54 l de carburant et sa consommation est de 7 l pour 100 km.

Quand Éric doit-il faire de nouveau le plein de sa voiture s'il ne veut pas être sur la réserve de 5 l du réservoir ?

Soit x le nombre de km parcourus par Eric. Il souhaite refaire le plein avant d'avoir utilisé 49 l d'essence. La consommation du véhicule étant proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus, par un produit en croix, on obtient la relation suivante :

7 litres	100 km	soit :	$7 \times x = 49 \times 100$
49 litres	x km		$x = \frac{49 \times 100}{7} = 700$

La consommation doit être inférieure à 700 km.

Avec une inéquation : soit m le nombre de litres d'essences consommés, Eric souhaite que :

$$m < 49$$

La consommation du véhicule étant proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus, par un produit en croix, on obtient la relation suivante :

7 litres	100 km	soit :	$100 \times m = 7 \times x$
m litres	x km		$m = \frac{7 \times x}{100}$

L'inéquation $m < 49$ devient :

$$\frac{7 \times x}{100} < 49$$

$$\Leftrightarrow 7 \times x < 49 \times 100$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{4900}{7}$$

$$\Leftrightarrow x < 700$$

Eric doit refaire le plein avant 700 km.

Exercice 7B.5 :

Un camion pesant à vide 2 tonnes doit passer un pont limité à 6 tonnes. Combien de caisses de 118 kg peut-il transporter ?

Soit x le nombre de caisses transportées.

On désire que :

$$2000 + x \times 118 < 6000$$

$$\Leftrightarrow 118x < 6000 - 2000$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{4000}{118}$$

$$\Leftrightarrow x < 33,9$$

Le camion doit transporter au maximum 33 caisses.

Exercice 7B.6 :

Un motard poursuit une voiture sur une autoroute. La voiture est à 150 km de la sortie et roule à 120 km/h.

Le motard roule à 130 km/h et se situe x km derrière la voiture.

Pour quelles valeurs de x le motard rattrape-t-il la voiture avant la sortie ?

La vitesse est en kilomètres par heure, d'où votre formule de physique :

$$v = \frac{d}{t} \Leftrightarrow v \times t = d \Leftrightarrow t = \frac{d}{v}$$

Le motard rattrapera la voiture si son temps de parcours est inférieur à celui de la voiture pour atteindre la sortie.

Le temps mis par la voiture est :

$$t_1 = \frac{d}{v} = \frac{150}{120} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ heure (une heure et } 60 \times \frac{25}{100} = 15 \text{ minutes)}$$

Le temps mis par le motard est :

$$t_2 = \frac{d}{v} = \frac{150+x}{130}$$

Le motard rattrapera la voiture si $t_2 \leq t_1$ soit :

$$\frac{150+x}{130} \leq 1,25$$

$$\Leftrightarrow 150+x \leq 1,25 \times 130$$

$$\Leftrightarrow x \leq 1,25 \times 130 - 150$$

$$\Leftrightarrow x \leq 12,5$$

C'est-à-dire si la distance de retard est inférieure ou égale à 12,5 km.

Exercice 7B.7 :

Deux opérateurs téléphoniques proposent les tarifs suivants : 0,16 € la minute avec un abonnement de 12 € pour le premier et 0,28 € sans abonnement pour le second.

Pour quelles durées de communication le premier opérateur est-il plus avantageux ?

Soit x la durée du temps de communication.

Avec le premier opérateur, le tarif est :

$$f(x) = 0,16x + 12$$

Avec le deuxième opérateur, le tarif est :

$$g(x) = 0,28x$$

Le premier opérateur est plus intéressant si $f(x) < g(x)$, soit :

$$0,16x + 12 < 0,28x$$

$$\Leftrightarrow 12 < 0,28x - 0,16x$$

$$\Leftrightarrow 12 < 0,12x$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{0,12} < \frac{0,12x}{0,12}$$

$$\Leftrightarrow 100 < x$$

Soit à partir de 100 minutes de communication.

Exercice 7B.8 :

Soit un rectangle de 6 cm par 10 cm. De combien de cm peut-on augmenter sa largeur et sa longueur pour que son périmètre reste inférieur à 96 cm ?

Soit x la longueur ajoutée à la longueur et à la largeur. Le nouveau périmètre devient :

$$2 \times (\text{longueur} + \text{largeur}) = 2 \times ((10+x) + (6+x)) = 2 \times (10+x+6+x) = 2 \times (2x+16) = 4x+32$$

Ce périmètre reste inférieur à 96 si :

$$4x+32 < 96$$

$$\Leftrightarrow 4x < 96 - 32$$

$$\Leftrightarrow 4x < 64$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{4} < \frac{64}{4}$$

$$\Leftrightarrow x < 16.$$

On ne peut allonger les longueur et largeur de plus de 16 cm si on souhaite un périmètre inférieur à 96 cm.

Exercice 7B.9 :

On propose à un représentant deux offres d'emploi.

La société A lui propose un fixe mensuel de 1000 € avec un intéressement de 15 % sur montant des ventes effectuées. La société B lui propose un fixe de 600 € avec un intéressement de 25 %. Le représentant hésite puis se décide pour la société B. Quelle montant minimum de ventes pense-t-il réaliser par mois ?

Soit x le montant des ventes.

La société A rémunèrerait :

$$1000 + 15\% \times x = 0,15x + 1000$$

La société B rémunèrerait :

$$600 + 25\% \times x = 0,25x + 600$$

Le commercial estime que la société B le rémunèrerait mieux, donc que le montant de ses ventes vérifierait :

$$0,15x + 1000 < 0,25x + 600$$

$$\Leftrightarrow 0,15x + 1000 - 0,25x < 600$$

$$\Leftrightarrow -0,1x + 1000 < 600$$

$$\Leftrightarrow -0,1x < 600 - 1000$$

$$\Leftrightarrow -0,1x < -400$$

$$\Leftrightarrow \frac{-0,1x}{-0,1} > \frac{-400}{-0,1}$$

$$\Leftrightarrow x > 4000$$

Le commercial pense réaliser plus de 4000 € de ventes par mois.

Exercice 7B.10 :

Un particulier a des marchandises à faire transporter. Un premier transporteur lui demande 460 € au départ et 3,50 € par kilomètre. Un second transporteur lui demande 1000 € au départ et 2 € par kilomètre.

Pour quelles distances à parcourir est-il plus avantageux de s'adresser au second transporteur ?

Soit x le nombre de kilomètres.

Le tarif du premier transporteur est :

$$3,5x + 460$$

Le tarif du deuxième transporteur est :

$$2x + 1000.$$

Le deuxième tarif est plus intéressant si :

$$3,5x + 460 > 2x + 1000$$

$$\Leftrightarrow 3,5x + 460 - 2x > 1000$$

$$\Leftrightarrow 1,5x + 460 > 1000$$

$$\Leftrightarrow 1,5x > 1000 - 460$$

$$\Leftrightarrow 1,5x > 540$$

$$\Leftrightarrow \frac{1,5x}{1,5} > \frac{540}{1,5}$$

$$\Leftrightarrow x > 360$$

A partir de 360 km.

Exercice 7B.11 :

Les parents d'Evan souhaitent acheter une voiture.
Ils parcourent en moyenne 25 000 km par an et voudraient conserver ce véhicule au moins 3 ans. Ils hésitent entre deux modèles.
Un modèle diesel à 29 500 € et un modèle essence à 25 000€.



Modèle 1 : Véhicule diesel. Consommation moyenne aux 100 km : 4,2 L.	Modèle 2 : Véhicule essence. Consommation moyenne aux 100 km : 6,4 L.
Prix moyen au litre des carburants :	
Gazole : 1,339 €	Essence : 1,449 €

Au bout de combien d'années le diesel devient-il plus avantageux ?

Soit x le nombre d'années.

La consommation d'essence du véhicule diesel est : $\frac{25000}{100} \times 4,2 = 1050$ litres par an.

La consommation d'essence du véhicule essence est : $\frac{25000}{100} \times 6,4 = 1600$ litres par an.

Les frais du véhicule diesel sont :

$$29500 + 1050 \times 1,339 \times x = 1405,95x + 29500$$

Les frais du véhicule essence sont :

$$25000 + 1600 \times 1,449 \times x = 2318,40x + 25000$$

Le diesel devient plus avantageux lorsque :

$$1405,95x + 29500 < 2318,40x + 25000$$

$$\Leftrightarrow 1405,95x + 29500 - 2318,40x < 25000$$

$$\Leftrightarrow -912,45x + 29500 < 25000$$

$$\Leftrightarrow -912,45x < 25000 - 29500$$

$$\Leftrightarrow -912,45x < -4500$$

$$\Leftrightarrow \frac{-912,45x}{-912,45} > \frac{-4500}{-912,45}$$

$$\Leftrightarrow x > 4,931777$$

Le diesel devient plus intéressant à partir de la 5^{ème} année.

Exercice 7B.12 :

Un père de trois enfants laisse en héritage 1600 couronnes. Le testament précise que l'aîné doit recevoir 200 couronnes de plus que le deuxième, le deuxième 100 couronnes de plus que le dernier. De quelle somme hérite chacun des enfants ?

Soit x la somme perçue par l'aîné.

Le deuxième recevra $x - 200$ et le troisième $x - 300$.

Ainsi :

$$x + (x - 200) + (x - 300) = 1600$$

$$\Leftrightarrow 3x - 500 = 1600$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1600 + 500$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2100}{3} = 700.$$

L'ainé perçoit 700 couronnes, le deuxième 500 couronnes et le troisième 400 couronnes.