2$^{nde}$ La Merci MONTPELLIER 2021

# Contrôle d'arithmétique

**<u>Exercice 1 :</u>** Compléter les phrases suivantes par multiple ou diviseur : *(2 pts)*

a) 250 est un ………..…………. de 50.
b) 0 est un ………..…………. de 15.
c) 2019 est un ………..…………. de 0.
d) 2 est un ………..…………. de $-2100$.

**<u>Exercice 2 :</u>** Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres suivants : *(2 pts)*

47 49 100 24

**<u>Exercice 3 :</u>**

On considère un entier naturel *n*. Démontrer que $3n-1$ divise $6n^2-2n$. *(2 pts)*

**<u>Exercice 4 :</u>** *(3 pts)*

On dit que deux nombres premiers forment une paire s'ils s'écrivent avec les mêmes chiffres mais en sens inverse.
Par exemple : 1933 et 3391 forment une paire.

1) Expliquer pourquoi le premier chiffre d'un entier d'une paire ne peut être que 1, 3, 7 ou 9.
2) Trouver toutes les paires de nombres premiers à deux chiffres.

**<u>Exercice 5 :</u>** *(4 pts)*

Lors d'une convention d'a-sport, il y a 80 gameurs et 60 gameuses inscrits. L'organisation veut constituer des équipes mixtes contenant le même nombre d'hommes et le même nombre de femmes.
Quel est le plus grand nombre d'équipes que l'on peut constituer ? Comment seront-elles composées ?

**<u>Exercice 6 :</u>** *(3 pts)*

On choisit au hasard un entier naturel, on le divise par 7, on trouve un reste égal à 3
On divise à nouveau le quotient obtenu par 7, on trouve un reste égal à 5 et un quotient égal à 11.
Quel était ce nombre de départ ?

**<u>Exercice 7 :</u>** *(4 pts)*

Deux entiers naturels sont dits amicaux si chacun est égal à la somme des diviseurs, autre que lui-même, de l'autre.

a) Montrer que 12 et 16 ne sont pas amicaux.
b) Les nombres 220 et 284 sont-ils amicaux ?

**<u>Bonus :</u>**

| | | | |
|---|---|---|---|
| a | g | h | ■ |
| b | | | i |
| c | ■ | d | |
| ■ | e | ■ | f |

**HORIZONTAL**

a : Plus grand commun diviseur de 125 et 250.
b : Ce nombre est un multiple de 9.
c : Le chiffre des unités d'un nombre divisible par 10.
d : Ce nombre est divisible par 5.
f : Le reste de la division euclidienne de 121 par 8.

**VERTICAL :**

a : Le plus petit multiple de 24 à trois chiffres.
g : Le quotient de la division euclidienne de 274 par 10.
e : Diviseur commun à tous les entiers.
h : Plus grand commun diviseur de 1542 et 3598.
i : 3 est un diviseur de ce nombre.

**CORRIGE - Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet**

**Exercice 1 :** Compléter les phrases suivantes par multiple ou diviseur : *(2 pts)*

e) 250 est un multiple de 50. → $250 = 25 \times 10$

f) 0 est un multiple de 15. → $0 = 15 \times 0$

g) 2019 est un diviseur de 0. → $0 = \dfrac{0}{2019}$

h) 2 est un diviseur de $-2100$. → $\dfrac{-2100}{2} = -1050$

**Exercice 2 :** Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres suivants : *(2 pts)*

$$\begin{array}{r|l} 47 & 47 \\ 1 & \end{array}$$

$47 = 1 \times 47$

$$\begin{array}{r|l} 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$49 = 7^2$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

→ $100 = 2^2 \times 5^2$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

→ $24 = 2^3 \times 3$

**Exercice 3 :**

On considère un entier naturel $n$. Démontrer que $3n-1$ divise $6n^2-2n$. *(2 pts)*

$$6n^2 - 2n = 2 \times 3n^2 - 2 \times n = 2 \times \left(3n^2 - n\right) = 2 \times \left(n \times 3n - n \times 1\right) = 2 \times \left[n\left(3n-1\right)\right] = 2n \times \left(3n-1\right)$$

$n$ est un entier naturel donc $2n$ est aussi un entier naturel et $3n-1$ divise $6n^2-2n$.

**Exercice 4 :** *(3 pts)*

*On dit que deux nombres premiers forment une paire s'ils s'écrivent avec les mêmes chiffres mais en sens inverse. Par exemple : 1933 et 3391 forment une paire.*

3) *Expliquer pourquoi le premier chiffre d'un entier d'une paire ne peut être que 1, 3, 7 ou 9.*
   Si 257 était un nombre premier formant une paire, son alter égo 752 se terminerait par un chiffre pair.
   Donc le premier chiffre ne peut être 2, 4, 6 ou 8.
   Si le nombre premier 577 formait une paire, son alter-égo 775 se terminerait par un 5 et ne serait aps un nombre premier.
   Ainsi le premier chiffre ne peut être que 1, 3, 7 ou 9.
4) *Trouver toutes les paires de nombres premiers à deux chiffres.*
   13 et 31, 17 et 71, 37 et 73, 79 et 97
   11 et 11 ne peut être retenu car l'énoncé précise bien qu'il s'agit de deux nombres premiers.

**Exercice 5 :** *(3 pts)*

*Lors d'une convention d'a-sport, il y a 80 gameurs et 60 gameuses inscrits. L'organisation veut constituer des équipes mixtes contenant le même nombre d'hommes et le même nombre de femmes.*
*Quel est le plus grand nombre d'équipes que l'on peut constituer ? Comment seront-elles composées ?*

Les diviseurs de 80 sont : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80.
Les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.
Le plus grand diviseur commun à ces deux nombres est 20
→on peut constituer 20 équipes constituées de 4 gameurs et 3 gameuses.

**Exercice 6 :** *(4 pts)*

*On choisit au hasard un entier naturel, on le divise par 7, on trouve un reste égal à 3*
*On divise à nouveau le quotient obtenu par 7, on trouve un reste égal à 5 et un quotient égal à 11.*
*Quel était ce nombre de départ ?*

Soit $n$ le nombre cherché.
Si on le divise par 7, on trouve un reste égal à 3 :

$$n = 7 \times q + 3.$$

Si on divise le quotient $q$ par 7, on trouve un reste égal à 5 :

$$q = 7 \times 11 + 5.$$

$$\begin{array}{c|c} n & 7 \\ \cline{2-2} 3 & q \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{c|c} q & 7 \\ \cline{2-2} 5 & 11 \end{array}$$

Ainsi : $q = 82$.

Et : $n = 7 \times 82 + 3 = 574 + 3 = 577$

**Exercice 7 :** *(4 pts)*

*Deux entiers naturels sont dits amicaux si chacun est égal à la somme des diviseurs, autre que lui-même, de l'autre.*

c) *Montrer que 12 et 16 ne sont pas amicaux.*

Les diviseurs de 12 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 12 → $1+2+3+4+6=16$

Les diviseurs de 16 sont : 1, 2, 4, 8, 16 → $1+2+4+8=15$

Ces nombres ne sont pas amicaux.

d) *Les nombres 220 et 284 sont-ils amicaux ?*

Les développements ci-contre donnent :

$$\begin{array}{r|l} 220 & 2 \\ 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{r|l} 284 & 2 \\ 142 & 2 \\ 71 & 71 \\ 1 & \end{array}$$

- les diviseurs de 220 sont :
  1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220
  → $1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$
- les diviseurs de 284 sont :
  1, 2, 4, 71, 142, 284
  → $1+2+4+71+142=220$

Les nombres 220 et 284 sont amicaux.

**Bonus :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| a 1 | g 2 | h 5 | ■ |
| b 2 | 7 | 1 | i 8 |
| c 0 | ■ | d 4 | 0 |
| ■ | e 1 | ■ | f 1 |

**HORIZONTAL**

a : Plus grand commun diviseur de 125 et 250 →125
b : Ce nombre est un multiple de 9.
c : Le chiffre des unités d'un nombre divisible par 10 →finit par 0
d : Ce nombre est divisible par 5.
f : Le reste de la division euclidienne de 121 par 8 →1

**VERTICAL** :

a : Le plus petit multiple de 24 à trois chiffres →120
g : Le quotient de la division euclidienne de 274 par 10 →27
e : Diviseur commun à tous les entiers →1
h : Plus grand commun diviseur de 1542 et 3598.
i : 3 est un diviseur de ce nombre.

On peut décomposer 1542 et 3598 en un produit de facteurs premiers.
Autre approche :
1542 et 3598 sont divisibles par 2 :.

$1542 = 2 \times 771$ et $3598 = 2 \times 1799$

On remarque que 771 est divisible par 3 :

$771 = 3 \times 257$ et 257 est un nombre premier

Or 1799 est divisible par 257 :

$1799 = 7 \times 257$

Les nombres 1542 et 3598 admettent le nombre $514 = 2 \times 257$ comme plus grand diviseur commun.