

### Equations vectorielles

#### Exercice 4E.1

1) Placer le point M vérifiant la relation :

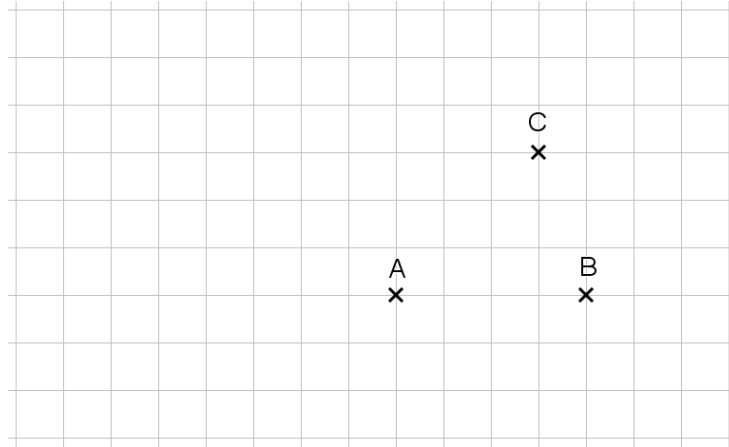
$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{AB}$$

2) Placer le point N vérifiant la relation :

$$2\overrightarrow{AN} - 3\overrightarrow{BN} = 4\overrightarrow{AB}$$

3) Placer le point P vérifiant la relation :

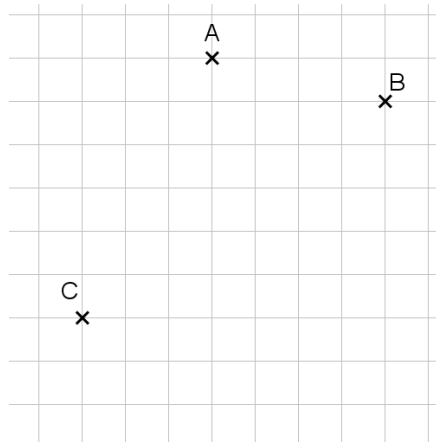
$$\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC} = 4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$$



#### Exercice 4E.2

Placer sur le schéma suivant les points M et P vérifiant :

$$\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CP} - 2\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AC}.$$



#### Exercice 4E.3

Tracer un triangle ABC quelconque puis trouver le point M du plan vérifiant :

$$\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 4\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

**CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - MONTPELLIER**

**Exercice 4E.1**

1) Placer le point M vérifiant la relation :  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{AB}$

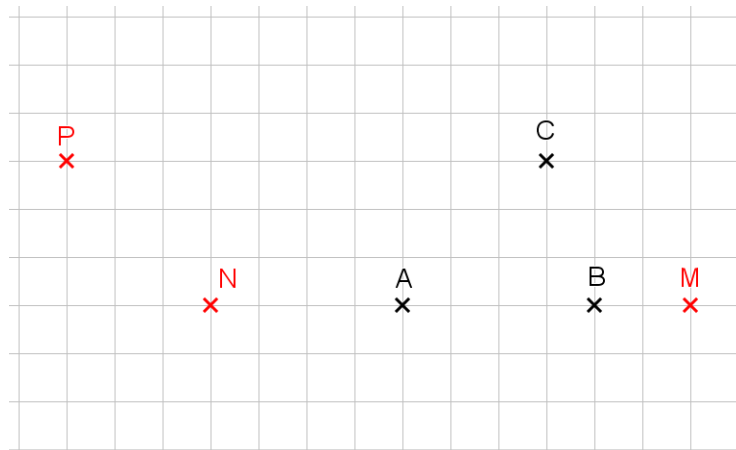
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} &= 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}) &= 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} &= 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} &= 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} &= 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} &= 3\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} &= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

2) Placer le point N vérifiant la relation :  $2\overrightarrow{AN} - 3\overrightarrow{BN} = 4\overrightarrow{AB}$

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{AN} - 3\overrightarrow{BN} &= 4\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AN} - 3(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN}) &= 4\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AN} - 3\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{AN} &= 4\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{AN} &= 4\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BA} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{AN} &= 4\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} &= -\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} \end{aligned}$$

3) Placer le point P vérifiant la relation :  $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC} = 4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$

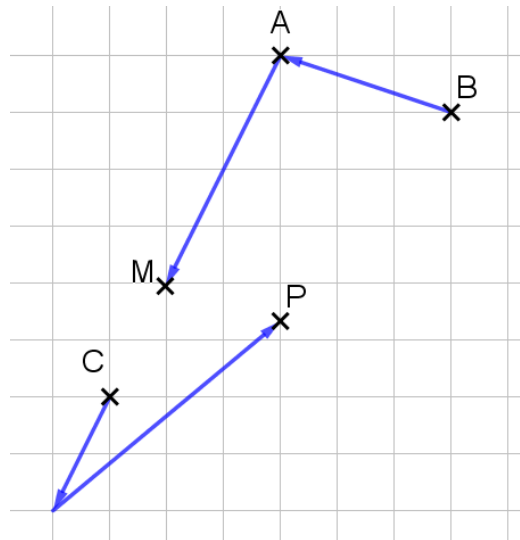
$$\begin{aligned} \overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC} &= 4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{PA} + 2(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB}) - (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC}) &= 4\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{AC} &= 4\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{PA} &= 4\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{PA} &= 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{PA} &= 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{PA} &= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} &= \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} \end{aligned}$$



**Exercice 4E.2**

Placer sur le schéma suivant les points  $M$  et  $P$  vérifiant :  $\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CP} - 2\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AC}$ .

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB} &\Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + 2(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AB} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \\ &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \\ &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} \\ &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{MB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{CP} - 2\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AC} &\Leftrightarrow \overrightarrow{CP} + 2\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AC} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{CP} + 2(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP}) = \overrightarrow{AC} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{CP} + 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AC} \\ &\Leftrightarrow 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AC} \\ &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BC} \\ &\Leftrightarrow 3\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} \end{aligned}$$

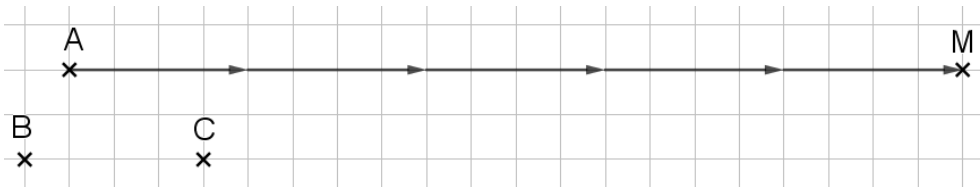


**Exercice 4E.3**

Tracer un triangle  $ABC$  quelconque puis trouver le point  $M$  du plan vérifiant :

$$\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 4\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 4\overrightarrow{CM} &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}) - 4(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}) &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{CA} - 4\overrightarrow{AM} &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{AM} &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{CA} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{AM} &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{AM} &= 5\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} &= 5\overrightarrow{BA} + 5\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} &= 5(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = 5\overrightarrow{BC} \end{aligned}$$



**Autre méthode :**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 4\overrightarrow{CM} &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}) + 2(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}) - 4\overrightarrow{CM} &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} + 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CM} - 4\overrightarrow{CM} &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{CM} &= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BC} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{CM} &= 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} - 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{CM} &= 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{CM} &= 3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} \\ \Leftrightarrow -\overrightarrow{CM} &= 5\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} &= 5\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} &= \overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{AC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} &= \overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

