

Rappel :Toute équation de la forme $A^2 = B^2$ se résout par la forme :

$$A^2 - B^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (A+B)(A-B) = 0$$

Exercice 3C.1

Résoudre les équations suivantes :

a) $(2x-5)^2 = (3-4x)^2$

b) $(7-x)^2 = (2+8x)^2$

c) $(9-5x)^2 = (3x+6)^2$

d) $(7x+1)^2 = (11x-20)^2$

Exercice 3C.2

Résoudre les équations suivantes :

a) $4(8-x)^2 = 9(2+3x)^2$

b) $25(1+2x)^2 = 49(1-3x)^2$

Exercice 3C.3

Résoudre les équations suivantes :

a) $64x^2 + 48x + 9 - (3-4x)(8x+3) = 0$

b) $(2-7x)(4x+9) + 4 - 28x + 49x^2 = 0$

c) $(x+3)(5-7x) - x^2 - 6x - 9 = 0$

d) $(2x+5)(3-4x) - 9 + 24x - 16x^2 = 0$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

Exercice 3C.1

Résoudre les équations suivantes :

a) $(2x-5)^2 = (3-4x)^2$
 $\Leftrightarrow (2x-5)^2 - (3-4x)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow [(2x-5)+(3-4x)][(2x-5)-(3-4x)] = 0$
 $\Leftrightarrow [2x-5+3-4x][2x-5-3+4x] = 0$
 $\Leftrightarrow (-2x-2)(6x-8) = 0$
 Soit $-2x-2=0 \Leftrightarrow -2x=2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{-2} = -1$
 Soit $6x-8=0 \Leftrightarrow 6x=8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$
 $S = \left\{ -1; \frac{4}{3} \right\}$

b) $(7-x)^2 = (2+8x)^2$
 $\Leftrightarrow (7-x)^2 - (2+8x)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow [(7-x)+(2+8x)][(7-x)-(2+8x)] = 0$
 $\Leftrightarrow [7-x+2+8x][7-x-2-8x] = 0$
 $\Leftrightarrow (7x+9)(5-9x) = 0$
 Soit $7x+9=0 \Leftrightarrow 7x=-9 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{7}$
 Soit $5-9x=0 \Leftrightarrow -9x=-5 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{-9} = \frac{5}{9}$
 $S = \left\{ -\frac{9}{7}; \frac{5}{9} \right\}$

c) $(9-5x)^2 = (3x+6)^2$
 $\Leftrightarrow (9-5x)^2 - (3x+6)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow [(9-5x)+(3x+6)][(9-5x)-(3x+6)] = 0$
 $\Leftrightarrow [9-5x+3x+6][9-5x-3x-6] = 0$
 $\Leftrightarrow (15-2x)(3-8x) = 0$
 Soit $15x-2=0 \Leftrightarrow 15x=2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{15}$
 Soit $3-8x=0 \Leftrightarrow -8x=-3 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$
 $S = \left\{ \frac{2}{15}; \frac{3}{8} \right\}$

d) $(7x+1)^2 = (11x-20)^2$
 $\Leftrightarrow (7x+1)^2 - (11x-20)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow [(7x+1)+(11x-20)][(7x+1)-(11x-20)] = 0$
 $\Leftrightarrow [7x+1+11x-20][7x+1-11x+20] = 0$
 $\Leftrightarrow (18x-19)(21-4x) = 0$
 Soit $18x-19=0 \Leftrightarrow 18x=19 \Leftrightarrow x = \frac{19}{18}$
 Soit $21-4x=0 \Leftrightarrow -4x=-21 \Leftrightarrow x = \frac{-21}{-4} = \frac{21}{4}$
 $S = \left\{ \frac{19}{18}; \frac{21}{4} \right\}$

Exercice 3C.2

Résoudre les équations suivantes :

a) $4(8-x)^2 = 9(2+3x)^2$
 $\Leftrightarrow 4(8-x)^2 - 9(2+3x)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow 2^2 \times (8-x)^2 - 3^2 \times (2+3x)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow [2(8-x)]^2 - [3(2+3x)]^2 = 0$
 $\Leftrightarrow (16-2x)^2 - (6+9x)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow [(16-2x)+(6+9x)][(16-2x)-(6+9x)] = 0$
 $\Leftrightarrow [16-2x+6+9x][16-2x-6-9x] = 0$
 $\Leftrightarrow (7x+22)(10-11x) = 0$
 Soit $7x+22=0 \Leftrightarrow 7x=-22 \Leftrightarrow x = \frac{-22}{7}$
 Soit $10-11x=0 \Leftrightarrow -11x=-10 \Leftrightarrow x = \frac{-10}{-11} = \frac{10}{11}$
 $S = \left\{ -\frac{22}{7}; \frac{10}{11} \right\}$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & 25(1+2x)^2 = 49(1-3x)^2 \\
 \Leftrightarrow & 25(1+2x)^2 - 49(1-3x)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 5^2 \times (1+2x)^2 - 7^2 \times (1-3x)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & [5 \times (1+2x)]^2 - [7 \times (1-3x)]^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (5+10x)^2 - (7-21x)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & [(5+10x) + (7-21x)][(5+10x) - (7-21x)] = 0 \\
 \Leftrightarrow & [5+10x+7-21x][5+10x-7+21x] = 0 \\
 \Leftrightarrow & (12-11x)(31x-2) = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Soit } 12-11x=0 \Leftrightarrow -11x=-12 \Leftrightarrow x = \frac{-12}{-11} = \frac{12}{11}$$

$$\text{Soit } 31-2x=0 \Leftrightarrow -2x=-31 \Leftrightarrow x = \frac{-31}{-2} = \frac{31}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{12}{11}; \frac{31}{2} \right\}$$

Exercice 3C.3 Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & 64x^2 + 48x + 9 - (3-4x)(8x+3) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (8x)^2 + 2 \times 8x \times 3 + 3^2 - (3-4x)(8x+3) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (8x+3)^2 - (3-4x)(8x+3) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (8x+3) \times (8x+3) - (8x+3) \times (3-4x) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (8x+3)[(8x+3) - (3-4x)] = 0 \\
 \Leftrightarrow & (8x+3)[8x+3-3+4x] = 0 \\
 \Leftrightarrow & (8x+3) \times 12x = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Soit } 8x+3=0 \Leftrightarrow 8x=-3 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{8}$$

$$\text{Soit } x=0 \Leftrightarrow x = \frac{0}{12} = 0$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{8}; 0 \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & (2-7x)(4x+9) + 4 - 28x + 49x^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2-7x)(4x+9) + 2^2 - 2 \times 2 \times 7x + (7x)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2-7x)(4x+9) + (2-7x)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2-7x) \times (4x+9) + (2-7x) \times (2-7x) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2-7x)[(4x+9) + (2-7x)] = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2-7x)[4x+9+2-7x] = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2-7x)(11-3x) = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Soit } 2-7x=0 \Leftrightarrow -7x=-2 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$$

$$\text{Soit } 11 - 3x = 0 \Leftrightarrow -3x = -11 \Leftrightarrow x = \frac{-11}{-3} = \frac{11}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{2}{7}; \frac{11}{3} \right\}$$

c)

$$\begin{aligned} (x+3)(5-7x) - x^2 - 6x - 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+3)(5-7x) - (x^2 + 6x + 9) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+3)(5-7x) - (x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+3)(5-7x) - (x+3)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+3) \times (5-7x) - (x+3) \times (x+3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+3)[(5-7x) - (x+3)] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+3)[5-7x-x-3] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+3)(2-8x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Soit } x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$$

$$\text{Soit } 2-8x=0 \Leftrightarrow -8x=-2 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ -3; \frac{1}{4} \right\}$$

d)

$$\begin{aligned} (2x+5)(3-4x) - 9 + 24x - 16x^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2x+5)(3-4x) - (9 - 24x + 16x^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (2x+5)(3-4x) - (3^2 - 2 \times 3 \times 4x + (4x)^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (2x+5)(3-4x) - (3-4x)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (3-4x) \times (2x+5) - (3-4x) \times (3-4x) &= 0 \\ \Leftrightarrow (3-4x) \times [(2x+5) - (3-4x)] &= 0 \\ \Leftrightarrow (3-4x) \times [2x+5-3+4x] &= 0 \\ \Leftrightarrow (3-4x)(6x+2) &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Soit } 3-4x=0 \Leftrightarrow -4x=-3 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Soit } 6x+2=0 \Leftrightarrow 6x=-2 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{3}{4} \right\}$$