

Contrôle de Mathématiques - Sujet A - CORRIGE

Question de cours : / 1 pts

Qu'est-ce qu'un nombre réel ? Les réels sont constitués des nombres rationnels et des nombres irrationnels. Tous les nombres rationnels sont-ils réels ? Par définition, tous les nombres sont des réels, y compris les rationnels.

Citez différents exemples de nombres réels non rationnels : $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ et π .

Exercice 1 : / 8 pts

$$A = \frac{3}{2} - \frac{4}{5} + \frac{7}{10} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} - \frac{4 \times 2}{5 \times 2} + \frac{7}{10} = \frac{15}{10} - \frac{8}{10} + \frac{7}{10} = \frac{15 - 8 + 7}{10} = \frac{14}{10} = \frac{\boxed{2} \times 7}{\boxed{2} \times 5} = \frac{7}{5} = 7 \times \frac{1}{5} = 7 \times \frac{2}{10} = 1,4 : A \in \text{ID}$$

$$B = \frac{15}{28} \times \frac{4}{25} \times \frac{14}{9} = \frac{15 \times 4 \times 14}{28 \times 25 \times 9} = \frac{\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times 2 \times \boxed{7}}{\boxed{4} \times \boxed{7} \times \boxed{5} \times 5 \times \boxed{3} \times 3} = \frac{2}{15} \quad B \in \mathbb{Q}$$

$$C = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{25} + \sqrt{16}} = \frac{\sqrt{36} \times \sqrt{2}}{5 + 4} = \frac{6\sqrt{2}}{9} = \frac{\boxed{3} \times 2\sqrt{2}}{\boxed{3} \times 3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad C \in \mathbb{R}$$

$$D = \frac{5 - 4 \times 3}{5 - \frac{5}{3}} = \frac{5 - 12}{\frac{5 \times 3}{1 \times 3} - \frac{5}{3}} = \frac{-7}{\frac{15}{3} - \frac{5}{3}} = \frac{-7}{\frac{10}{3}} = -7 \times \frac{3}{10} = -\frac{7}{1} \times \frac{3}{10} = -\frac{21}{10} = -2,1 \quad D \in \text{ID}$$

$$E = \frac{7}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{7}{2} \times \frac{3 \times 4}{\boxed{4} \times 5} = \frac{7}{2} \times \frac{12}{5} = \frac{7}{2} \times \frac{12}{5} = \frac{7}{2} \times \frac{-13}{5} = \frac{7}{2} \times \left(-\frac{13}{5}\right) \times \frac{6}{5} = -\frac{7 \times 13 \times \boxed{6}}{2 \times 2 \times \boxed{6} \times 5} = -\frac{91}{20}$$

$$= -\frac{91}{2} \times \frac{1}{10} = -40,5 \times \frac{1}{10} = -4,05 \quad E \in \text{ID}$$

$$F = 2\sqrt{48} - 5\sqrt{75} + 8\sqrt{300} = 2\sqrt{16} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{25} \times \sqrt{3} + 8\sqrt{100} \times \sqrt{3} = 2 \times 4\sqrt{3} - 5 \times 5\sqrt{3} + 8 \times 10\sqrt{3}$$

$$= 8\sqrt{3} - 25\sqrt{3} + 80\sqrt{3} = 63\sqrt{3} \quad F \in \mathbb{R}$$

Exercice 2 : / 4 pts

$$A = \frac{10^9 \times 10^5}{(10^4)^4 \times 10^{-12}} = \frac{10^{9+5}}{10^{4 \times 4} \times 10^{-12}} = \frac{10^{14}}{10^{16} \times 10^{-12}} = \frac{10^{14}}{10^{16+(-12)}} = \frac{10^{14}}{10^4} = 10^{14-4} = 10^{10}$$

$$B = \frac{4^{-2} \times 4^{-3}}{(4^{-2})^{-3} \times 4^{-1}} = \frac{4^{-2-3}}{4^{-2 \times (-3)} \times 4^{-1}} = \frac{4^{-5}}{4^6 \times 4^{-1}} = \frac{4^{-5}}{4^{6-1}} = \frac{4^{-5}}{4^5} = 4^{-5-5} = 4^{-10}$$

$$C = \frac{18 \times 10^{-5} \times 12 \times 10^3}{36 \times 10^{-5}} = \frac{18 \times 12}{36} \times \frac{10^{-5} \times 10^3}{10^{-5}} = \frac{\boxed{6} \times 3 \times \boxed{6} \times 2}{\boxed{6} \times \boxed{6}} \times \frac{10^{-5+3}}{10^{-5}} = 6 \times \frac{10^{-2}}{10^{-5}} = 6 \times 10^{-2-(-5)}$$

$$= 6 \times 10^{-2+5} = 6 \times 10^3$$

Exercice 3 : / 2 pts

$$A = 2 \times 8000 \times 10^{-2} = 2 \times 8 \times 10^3 \times 10^{-2} = 16 \times 10^1 = 1,6 \times 10 \times 10^1 = 1,6 \times 10^2$$

$$B = 3 \times 0,0000004 \times 10^9 = 3 \times \frac{4}{10^7} \times 10^9 = 3 \times 4 \times 10^{-7} \times 10^9 = 12 \times 10^2 = 1,2 \times 10 \times 10^2 = 1,2 \times 10^3$$

Exercise 4: 2,5 pts

	$[-4;1] \cap [0;5] = [0;1]$	$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$
	$[-3;2] \cap]-3;1[=]-3;1[$	$\Leftrightarrow -3 < x < 1$
	$] -\infty;4] \cap]-4;+\infty[=]-4;4]$	$\Leftrightarrow -4 < x \leq 4$
	$] -3;0[\cap [0;4] = \emptyset$	$\Leftrightarrow x \in \emptyset$
	$[-6;2[\cap]-3;1] \cap]-4;2[= [-3;1]$	$\Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$

Exercise 5: 2,5 pts

	$[-3;2] \cup [1;4] = [-3;4]$	$\Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$
	$[-3;2] \cup]-2;5[= [-3;5[$	$\Leftrightarrow -3 \leq x < 5$
	$] -\infty;4] \cup]-1;+\infty[= \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$
	$[-3;2] \cup [2;6] = [-3;6]$	$\Leftrightarrow -3 \leq x \leq 6$
	$[-6;2[\cup [2;3] \cup [3;4] = [-6;4]$	$\Leftrightarrow -6 \leq x \leq 4$