Seconde 1 **Mathématiques devoir N° 1** **29/09/2011**

Nom :

Bien justifier les réponses quand c'est nécessaire

<u>Exercice 1</u> *(3 points)*

Pour chacun des nombres suivants, simplifier l'écriture puis indiquer sa nature.

$$A = 2^{-1}\times(-6)^{-3}\times 11\times 12^2$$
$$= \frac{11\times 2^2\times 6^2}{2\times(-6^3)}$$
$$= -\frac{11\times 2^2\times 6^2}{2^2\times 3\times 6^2}$$
$$= -\frac{11}{3}$$
$$A \in \mathbb{Q}$$

$$B = \frac{\frac{1}{7}-1+\frac{2}{21}}{\frac{3}{14}-\frac{5}{2}}$$
$$= \frac{\frac{3-21+2}{3\times 7}}{\frac{3-35}{2\times 7}}$$
$$= \frac{-16}{3\times 7}\times\frac{2\times 7}{-2\times 16}$$
$$= \frac{1}{3}$$
$$b \in \mathbb{Q}$$

C = $\sqrt{\sqrt{2}-2}$ le radicande (nombre dont on calcule la racine carrée) est négatif donc C $\notin \mathbb{R}$

<u>Exercice 2</u> *(2 points)*

Soit n un entier n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4) = 5n+10 = 5 (n+2) or n+2 est un entier donc la somme de cinq entiers consécutifs est divisible par 5.

<u>Exercice 3</u> (*3 points)*

1) Déterminer à quel intervalle appartient l'ensemble des réels x tels que :

$a)\ x \leq \frac{1}{3}$ $b)\ 7 < x$ $c)\ 2 < x < 13$

$a)\ x \in \left]-\infty;\frac{1}{3}\right]$ $b)\ x \in]7;+\infty[$ $c)\ x \in]2;13[$

2) Traduire chacune des conditions sur x à l'aide d'une inégalité.

$a)\ x \in [-1\ ;\ 3]$ $b)\ x \in]-\infty\ ;\ -71]$ $c)\ x \in [-2{,}18\ ;\ -2{,}17[$

$a)\ -1 \leq x \leq 3$ $b)\ x \leq -71$ $c)\ -2{,}18 \leq x \leq -2{,}17$

<u>Exercice 4</u> *(5 points)*

On donne les Intervalles de nombres suivants :

$I =]-\infty; 3]$ $\quad J = [-1; 5]$ $\quad K =]3; +\infty[$

Compléter de la façon la plus simple possible

$I \cap J = [-1; 3]$ $\quad J \cap \mathbb{Z} = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

$I \cup J =]-\infty; 5]$ $\quad I \cap K = \emptyset$

$I \cup K = \mathbb{R}$ $\quad \mathbb{D} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{D}$

<u>Exercice 5</u> *(6 points)*

- **Dans chaque cas traduire par des inégalités les propositions suivantes :**

1. Soit P la proposition : x∈ [-1 ; 5[∪[7 ; + ∞[.

$$-1 \leq x < 5 \ \ ou \ \ 7 \leq x \ ce \ qui \ revient \ à \ (-1 \leq x \ \boldsymbol{et} \ x < 5) \ \boldsymbol{ou} \ 7 \leq x$$

2. Soit Q la proposition : x∈ [-4; 2[∩ [-1 ; 6].

$$-1 \leq x < 2$$

- **Donner les négations (non P) puis (non Q) sous forme d'inégalités puis à l'aide d'appartenance à des intervalles.**

$x < -1 \ \boldsymbol{ou} \ (5 \leq x \ \boldsymbol{et} \ x < 7) \ soit \ \ x < -1 \ \ ou \ 5 \leq x < 7$ $\quad x \in]-\infty; -1[\cup [5; 7[$

$x < -1 \ \ ou \ \ x \geq 2$ $\quad x \in]-\infty; -1[\cup [2; +\infty[$

Question de cours : Montrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un rationnel

Supposons que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel donc qu'il existe deux nombres entiers a et b, **premiers entre eux (pas d'autre diviseur commun que 1)**, tels que :

$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$. (cf. th. 4)

donc si on met au carré on a $2 = \frac{a^2}{b^2}$

donc $\boxed{a^2 = 2b^2}$ et donc **a^2 est un nombre pair.**

Or si a^2 est pair, a est pair et réciproquement.

(voir la démonstration faite dans l'exercice corrigé en classe)

Donc **a est un nombre pair** et on peut écrire a=2p et $\boxed{a^2 = 4p^2}$

Si on rapproche les deux égalités encadrées on en déduit que :

$$2b^2 = 4p^2 \text{ et } b^2 = 2p^2$$

donc b^2 est un nombre pair et donc **b est un nombre pair.**

La supposition $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel signifie (équivaut à) qu'il existe deux nombres entiers tels que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, avec **a et b, premiers entre eux.**

Cette hypothèse a pour conséquence : a est un nombre pair et **b est un nombre pair.**

Il y a donc contradiction entre les deux affirmations (c'est absurde) et donc $\sqrt{2}$ ne peut pas être un nombre rationnel.