Ensemble de définition d'une fonction

L'ensemble de définition d'une fonction est l'ensemble des antécédents qui admettent une image, à l'exception des valeurs interdites.

Exercice 3C.1

Etudier l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 7x - 2$ b) $f(x) = x^2 + 3x + 5$ c) $f(x) = \dfrac{5}{x^2 + 1}$

Exercice 3C.2

Etudier l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{4}{x+3}$ b) $f(x) = \dfrac{35}{5-2x}$ c) $f(x) = \dfrac{x+7}{8-7x}$

Exercice 3C.3

Etudier l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{77}{(x-10)(8+x)}$ b) $f(x) = \dfrac{2x-9}{3x(3-5x)}$ c) $f(x) = \dfrac{x+1}{(5-x)(x+1)}$

Exercice 3C.4

Etudier l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{2}{x^2 - 9}$ b) $f(x) = \dfrac{x-7}{x(x^2 - 17)}$ c) $f(x) = \dfrac{9-3x}{(9-3x)(x^2+4)}$

Exercice 3C.1 *Etudier l'ensemble de définition des fonctions suivantes :*

a) $f(x)=7x-2$

→avec les fonctions affines, tous les réels possèdent une image, il n'y a aucune valeur interdite

→ $D_f=\mathbb{R}$

b) $f(x)=x^2+3x+5$

→ tous les réels possèdent une image, il n'y a aucune valeur interdite

→ $D_f=\mathbb{R}$

c) $f(x)=\dfrac{5}{x^2+1}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $x^2+1\neq 0$.

→recherche des valeurs interdites :

$$x^2+1=0 \iff x^2=-1$$

Or un nombre élevé au carré est toujours positif, il n'y a aucune valeur interdite :

$$D_f=\mathbb{R}$$

Exercice 3C.2 **L'ensemble de définition d'une fonction est l'ensemble des valeurs autorisées**

a) $f(x)=\dfrac{4}{x+3}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $x+3\neq 0$.

→recherche des valeurs interdites :

$$x+3=0 \iff x=-3$$

→l'ensemble de définition de *f* est :

$$D_f=\mathbb{R}-\{-3\}=]-\infty;-3[\cup]-3;+\infty[$$

b) $f(x)=\dfrac{35}{5-2x}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $5-2x\neq 0$.

→recherche des valeurs interdites :

$$5-2x=0 \iff -2x=-5 \iff \frac{-2x}{-2}=\frac{-5}{-2} \iff x=\frac{5}{2}$$

→l'ensemble de définition de *f* est :

$$D_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{5}{2}\right\}$$

c) $f(x)=\dfrac{x+7}{8-7x}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $8-7x\neq 0$.

→recherche des valeurs interdites :

$$8-7x=0 \iff -7x=-8 \iff \frac{-7x}{-7}=\frac{-8}{-7} \iff x=\frac{8}{7}$$

→l'ensemble de définition de *f* est :

$$D_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{8}{7}\right\}$$

Exercice 3C.3 **L'ensemble de définition d'une fonction est l'ensemble des valeurs autorisées**

a) $f(x)=\dfrac{77}{(x-10)(8+x)}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $(x-10)(8+x)\neq 0$.

→recherche des valeurs interdites :

$(x-10)(8+x)=0$

→soit : $x-10=0 \Leftrightarrow x=10$

→soit : $8+x=0 \Leftrightarrow x=-8$

→l'ensemble de définition de *f* est :

$D_f=\mathbb{R}-\{-8;10\}$

b) $f(x)=\dfrac{2x-9}{3x(3-5x)}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $3x(3-5x)\neq 0$.

→recherche des valeurs interdites :

$3x(3-5x)=0$

→soit : $3x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{0}{3}=0$

→soit : $3-5x=0 \Leftrightarrow -5x=-3 \Leftrightarrow x=\dfrac{-3}{-5}=\dfrac{3}{5}$

→l'ensemble de définition de *f* est :

$D_f=\mathbb{R}-\left\{0;\dfrac{3}{5}\right\}$

c) $f(x)=\dfrac{x+1}{(5-x)(x+1)}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $(5-x)(x+1)\neq 0$.

→recherche des valeurs interdites :

$(5-x)(x+1)=0$

→soit : $5-x=0 \Leftrightarrow -x=-5 \Leftrightarrow -x\times(-1)=-5\times(-1) \Leftrightarrow x=5$

→soit : $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

→l'ensemble de définition de *f* est :

$D_f=\mathbb{R}-\{-1;5\}$

Exercice 3C.4 **L'ensemble de définition d'une fonction est l'ensemble des valeurs autorisées**

Etudier l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x)=\dfrac{2}{x^2-9}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $x^2-9\neq 0$.

→recherche des valeurs interdites :

$x^2-9=0 \Leftrightarrow x^2=9$

→soit $x=+\sqrt{9}=3$, soit $x=-\sqrt{9}=-3$ car $3^2=(-3)^2=9$

→ainsi : $D_f=\mathbb{R}-\{-3;3\}$.

b) $f(x)=\dfrac{x-7}{x\left(x^2-17\right)}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $x^2-17\neq 0$ et $x\neq 0$.
→recherche des valeurs interdites :

$x^2-17=0 \iff x^2=17$

→soit $x=+\sqrt{17}$, soit $x=-\sqrt{17}$ car $\left(\sqrt{17}\right)^2=\left(-\sqrt{17}\right)^2=17$

→ainsi : $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\sqrt{17};0;\sqrt{17}\right\}$.

c) $f(x)=\dfrac{9-3x}{(9-3x)\left(x^2+4\right)}$

→la division par zéro n'est pas permise, nous devons avoir $9-3x\neq 0$ et $x^2+4\neq 0$.
→recherche des valeurs interdites :

$9-3x\neq 0 \iff -3x=-9 \iff \dfrac{-3x}{-3}=\dfrac{-9}{-3} \iff x=3$

$x^2+4\neq 0 \iff x^2\neq -4$

→or un carré est toujours positif, il n'y a ici aucune valeur interdite

→ainsi : $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$.