

RAPPEL :

Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul ET son dénominateur ne l'est pas, c'est-à-dire :

$$\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ et } B \neq 0$$

Les valeurs qui annulent le dénominateur sont appelées **valeurs interdites** et doivent être éliminées avant tout calcul.

EXERCICE 3E.1

Déterminer les valeurs interdites de ces expressions :

$A = \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x-1}$ <p>$x \neq \dots$ et $x \neq \dots$</p>	$B = \frac{2x+5}{x-2} - \frac{3}{2x+1}$ <p>$x \neq \dots$ et $x \neq \dots$</p>	$C = \frac{2}{(2x-5)(6-7x)} + \frac{x+1}{x}$ <p>$x \neq \dots, x \neq \dots$ et $x \neq \dots$</p>
---	---	--

EXERCICE 3E.2

Résoudre les équations suivantes, comme dans l'**exemple**, après avoir éliminé la (les) valeur(s) interdite(s) :

Exemple ci-dessous :

$$\frac{2x+8}{5-2x} = 0 :$$

$$\text{V.I. : } x \neq \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8}{2} = \boxed{-4}$$

$$\text{or } -4 \neq \frac{5}{2} \text{ donc } S = \{ -4 \}$$

$$\text{a. } \frac{3x+1}{2+6x} = 0$$

$$\text{b. } \frac{3x+4}{1-2x} = 0$$

$$\text{c. } \frac{10x-15}{12-8x} = 0$$

$$\text{d. } \frac{(-x+5)(3x-1)}{(3x+2)(-7x-3)} = 0$$

$$\text{e. } \frac{(-6x+5)(3x-1)}{(7+3x)(6x-2)} = 0$$

$$\text{f. } \frac{(2x+1)(5x-4)(8x-6)}{(-4x+3)(-6x-3)} = 0$$

EXERCICE 3E.3 : Résoudre les équations suivantes, comme dans l'**exemple** :

Exemple :

$$\frac{2x+8}{5-2x} = 3 : \text{V.I. : } x \neq \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+8}{5-2x} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+8}{5-2x} - \frac{3(5-2x)}{5-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+8-15+6x}{5-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{8x-7}{5-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \boxed{\frac{7}{8}}$$

$$\text{or } \boxed{\frac{7}{8}} \neq \frac{5}{2} \text{ donc } S = \left\{ \frac{7}{8} \right\}$$

$$\text{a. } \frac{2}{3x+1} = 5$$

$$\text{b. } \frac{3x+1}{5-2x} = -3$$

$$\text{c. } \frac{3x+1}{6-5x} = 2$$

$$\text{d. } \frac{2x^2+1}{3+x} = 2x$$

$$\text{e. } \frac{3}{x-1} = \frac{4}{1-2x}$$

$$\text{f. } \frac{5}{x+3} + \frac{3}{x-1} = 4$$

$$\text{g. } \frac{x-3}{x+1} + \frac{2x+5}{x-2} = 3$$

$$\text{h. } \frac{1}{1-2x} + 4 = \frac{-4x}{2-x}$$

$$\text{i. } \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{5}{(x+1)(x-1)}$$

$$\text{j. } \frac{x}{3x-1} = \frac{3x-1}{x}$$

$$\text{k. } \frac{6x+1}{3x-2} = \frac{2x+5}{x+3}$$



CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER –

EXERCICE 3E.1 Déterminer les valeurs interdites de ces expressions :

$A = \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x-1}$ $x \neq -1 \text{ et } x \neq 1$ <p>Les valeurs interdites sont -1 et 1</p>	$B = \frac{2x+5}{x-2} - \frac{3}{2x+1}$ $x \neq 2 \text{ et } x \neq -\frac{1}{2}$	$C = \frac{2}{(2x-5)(6-7x)} + \frac{x+1}{x}$ $x \neq \frac{5}{2}, x \neq \frac{6}{7} \text{ et } x \neq 0$
---	--	--

EXERCICE 3E.2

Exemple :

$$\frac{2x+8}{5-2x} = 0 :$$

1) VI: $x \neq \frac{5}{2}$

2) $2x + 8 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8}{2} = \boxed{-4}$$

3) $-4 \neq \frac{5}{2}$ donc $S = \{-4\}$

a. $\frac{3x+1}{2+6x} = 0$

1) V.I. : $2+6x \neq 0$ donc $x \neq -\frac{1}{3}$

2) $3x+1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

3) or $-\frac{1}{3}$ est une V.I.

donc $S = \emptyset$

b. $\frac{3x+4}{1-2x} = 0$

1) V.I. : $1-2x \neq 0$ donc $x \neq \frac{1}{2}$

2) $3x+4=0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$

3) or $-\frac{4}{3}$ n'est pas une VI : $S = \left\{-\frac{4}{3}\right\}$

c. $\frac{10x-15}{12-8x} = 0 :$

1) V.I. : $12-8x \neq 0$ donc $x \neq \frac{3}{2}$

2) $10x-15=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

3) or $\frac{3}{2}$ est une V.I. donc $S = \emptyset$

d. $\frac{(-x+5)(3x-1)}{(3x+2)(-7x-3)} = 0$

1) V.I. : $x \neq -\frac{2}{3}$ et $x \neq -\frac{3}{7}$

2) $(-x+5)(3x-1)=0$

$$\Leftrightarrow x=5 \text{ ou } x=\frac{1}{3}$$

Ce ne sont pas des VI donc $S = \left\{\frac{1}{3}; 5\right\}$

e. $\frac{(-6x+5)(3x-1)}{(7+3x)(6x-2)} = 0$

1) V.I. : $x \neq -\frac{7}{3}$ et $x \neq \frac{1}{3}$

2) $(-6x+5)(3x-1)=0$

$$\text{Soit : } -6x+5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{6}$$

$$\text{Soit : } 3x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$$

3) or $\frac{1}{3}$ est une V.I. donc $S = \left\{\frac{5}{6}\right\}$

f. $\frac{(2x+1)(5x-4)(8x-6)}{(-4x+3)(-6x-3)} = 0$

1) V.I. $x \neq \frac{3}{4}$ et $x \neq -\frac{1}{2}$

2) $(2x+1)(5x-4)(8x-6)=0$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{4}{5} \text{ ou } x = \frac{3}{4}$$

3) or $\frac{3}{4}$ et $-\frac{1}{2}$ sont des V.I. donc :

$$S = \left\{\frac{4}{5}\right\}$$

EXERCICE 3E.3 Résoudre les équations suivantes : Méthode générale

$$\frac{2x+8}{5-2x} = 3 :$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq \frac{5}{2}$$

$$2) \frac{2x+8}{5-2x} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+8}{5-2x} - \frac{3(5-2x)}{5-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+8-15+6x}{5-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{8x-7}{5-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x-7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \boxed{\frac{7}{8}}$$

$$3) \boxed{\frac{7}{8}} \neq \frac{5}{2} \text{ donc } S = \left\{ \frac{7}{8} \right\}$$

$$\text{a. } \frac{2}{3x+1} = 5 :$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq -\frac{1}{3}$$

$$2) \frac{2}{3x+1} - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3x+1} - \frac{5(3x+1)}{(3x+1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-15x-5}{3x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-15x-3}{3x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow -15x-3 = 0$$

$$3) -\frac{1}{5} \neq -\frac{1}{3} \text{ donc } S = \left\{ -\frac{1}{5} \right\}$$

$$\text{b. } \frac{3x+1}{5-2x} = -3 :$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq \frac{5}{2}$$

$$2) \frac{3x+1}{5-2x} + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1}{5-2x} + \frac{3(5-2x)}{(5-2x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1+15-6x}{5-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{16-3x}{5-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 16-3x = 0$$

$$x = \frac{16}{3}$$

$$3) \frac{16}{3} \neq \frac{5}{2} \text{ donc } S = \left\{ \frac{16}{3} \right\}$$

$$\text{c. } \frac{3x+1}{6-5x} = 2$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq \frac{6}{5}$$

$$2) \frac{3x+1}{6-5x} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1}{6-5x} - \frac{2(6-5x)}{(6-5x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1-12+10x}{6-5x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{13x-11}{6-5x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 13x-11 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11}{13}$$

$$3) \frac{11}{13} \neq \frac{6}{5} \text{ donc } S = \left\{ \frac{11}{13} \right\}$$

$$\text{d. } \frac{2x^2+1}{3+x} = 2x$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq -3$$

$$2) \frac{2x^2+1}{3+x} - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2+1}{3+x} - \frac{2x(3+x)}{(3+x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2+1-6x-2x^2}{3+x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-6x}{3+x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1-6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$3) \frac{1}{6} \neq -3 \text{ donc } S = \left\{ \frac{1}{6} \right\}$$

$$\text{e. } \frac{3}{x-1} = \frac{4}{1-2x}$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq 1, x \neq \frac{1}{2}$$

$$2) \frac{3}{x-1} - \frac{4}{1-2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(1-2x)}{(x-1)(1-2x)} - \frac{4(x-1)}{(1-2x)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3-6x-4x+4}{(x-1)(1-2x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{7-10x}{(x-1)(1-2x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 7-10x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{10}$$

$$3) \frac{7}{10} \neq 1 \neq \frac{1}{2} \text{ donc } S = \left\{ \frac{7}{10} \right\}$$

$$f. \quad \frac{5}{x+3} + \frac{3}{x-1} = 4$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq -3, x \neq 1$$

$$2) \quad \frac{5}{x+3} + \frac{3}{x-1} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(x-1) + 3(x+3) - 4(x+3)(x-1)}{(x+3)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x-5+3x+9-4(x^2-x+3x-3)}{(x+3)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x-5+3x+9-4x^2+4x-12x+12}{(x+3)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4x^2+16}{(x+3)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4(x^2-4)}{(x+3)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow -4(x^2-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$$3) \text{ ce ne sont pas des V.I. donc } S = \{-2; 2\}$$

$$g. \quad \frac{x-3}{x+1} + \frac{2x+5}{x-2} = 3$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq -1, x \neq 2$$

$$2) \quad \frac{x-3}{x+1} + \frac{2x+5}{x-2} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-3)(x-2) + (2x+5)(x+1) - 3(x+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2-5x+6) + (2x^2+7x+5) - 3(x^2-x-2)}{(x+1)(x-2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-5x+6+2x^2+7x+5-3x^2+3x+6}{(x+1)(x-2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x+17}{(x+1)(x-2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x+17 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{17}{5}$$

$$3) \quad -\frac{17}{5} \neq -1 \neq 2 \text{ donc } S = \left\{-\frac{17}{5}\right\}$$

$$\text{VERIF : } \frac{-3,4-3}{-3,4+1} + \frac{2 \times (-3,4)+5}{-3,4-2} = 3$$

$$h. \quad \frac{1}{1-2x} + 4 = \frac{-4x}{2-x}$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq \frac{1}{2}, x \neq 2$$

$$2) \quad \frac{1}{1-2x} + \frac{4x}{2-x} + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 \times (2-x) + 4x(1-2x) + 4(2-x)(1-2x)}{(1-2x)(2-x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-x+4x-8x^2+4(2-4x-x+2x^2)}{(1-2x)(2-x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-x+4x-8x^2+8-16x-4x+8x^2}{(1-2x)(2-x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{10-17x}{(1-2x)(2-x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 10-17x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{17}$$

$$3) \quad \frac{10}{17} \text{ n'est pas une V.I. donc } S = \left\{\frac{10}{17}\right\}$$

$$i. \quad \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{5}{(x+1)(x-1)}$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq -1, x \neq 1$$

$$2) \quad \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x-1} - \frac{5}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{2(x+1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{5}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-3+2x+2-5}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x-6}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x-6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$$

$$3) \quad \frac{6}{5} \text{ n'est pas une V.I. donc } S = \left\{\frac{6}{5}\right\}$$

$$\text{VERIF : } \frac{3}{1,2+1} + \frac{2}{1,2+1} - \frac{5}{(1,2+1)(1,2-1)} = 0$$

$$j. \frac{x}{3x-1} = \frac{3x-1}{x}$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq \frac{1}{3}, x \neq 0$$

$$2) \frac{x}{3x-1} - \frac{3x-1}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x \times x}{(3x-1) \times x} - \frac{(3x-1)(3x-1)}{x(3x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - (3x-1)^2}{(3x-1) \times x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{[x + (3x-1)][x - (3x-1)]}{(3x-1) \times x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{[x + 3x - 1][x - 3x + 1]}{(3x-1) \times x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(4x-1)(-2x+1)}{(3x-1) \times x} = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-1)(-2x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-1) = 0 \text{ ou } (-2x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ ou } x = \frac{1}{2}$$

$$3) \frac{1}{4} \text{ et } \frac{1}{2} \text{ ne sont pas des V.I. donc } S = \left\{ \frac{1}{4}; \frac{1}{2} \right\}$$

$$k. \frac{6x+1}{3x-2} = \frac{2x+5}{x+3}$$

$$1) \text{ V.I. : } x \neq \frac{2}{3}, x \neq -3$$

2) Autre méthode : produit en croix :

$$(6x+1)(x+3) = (3x-2)(2x+5)$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 18x + x + 3 = 6x^2 + 15x - 4x - 10$$

$$\Leftrightarrow 19x + 3 = 11x - 10$$

$$\Leftrightarrow 8x = -13$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-13}{8}$$

$$3) \frac{-13}{8} \text{ n'est pas une V.I. donc } S = \left\{ -\frac{13}{8} \right\}$$