Exercice 4A.1

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(2x-4)^2-4$.

On note C_f sa courbe représentative dans le plan.

1. Développer et réduire $f(x)$ pour tout réel x.
2. Factoriser l'expression $f(x)$ pour tout réel x.

On suppose à partir de maintenant que $f(x)=(2x-2)(2x-6)=4x^2-16x+12$.

3. On dispose ainsi de trois écritures de $f(x)$: la forme de départ, la forme développée et la forme factorisée.
   Répondre à chacune des questions suivantes en précisant la forme la plus adaptée.
   a) Déterminer l'image de 2 par f.
   b) Déterminer les antécédents de 12 par f.
   c) Déterminer l'ordonnée du point d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des ordonnées.
   d) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.
   e) Résoudre l'équation $f(x)=-4$.
   f) Calculer $f(3)$.

Exercice 4A.2

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(3x-9)^2-16$.

On note C_f sa courbe représentative dans le plan.

1. Développer et réduire $f(x)$ pour tout réel x.
2. Factoriser l'expression $f(x)$ pour tout réel x.

On suppose à partir de maintenant que $f(x)=(3x-5)(3x-13)=9x^2-54x+65$.

3. On dispose ainsi de trois écritures de $f(x)$: la forme de départ, la forme développée et la forme factorisée.
   Répondre à chacune des questions suivantes en précisant la forme la plus adaptée.
   a) Déterminer l'image de 3 par f.
   b) Déterminer les antécédents de 65 par f.
   c) Déterminer l'ordonnée du point d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des ordonnées.
   d) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.
   e) Résoudre l'équation $f(x)=-16$.
   f) Calculer $f\left(\frac{5}{3}\right)$.

Exercice 4A.3

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(4x+2)^2-25$.

On note C_f sa courbe représentative dans le plan.

1. Développer et réduire $f(x)$ pour tout réel x.
2. Factoriser l'expression $f(x)$ pour tout réel x.

On suppose à partir de maintenant que $f(x)=(4x+7)(4x-3)=16x^2+16x-21$.

3. On dispose ainsi de trois écritures de $f(x)$: la forme de départ, la forme développée et la forme factorisée.

Répondre à chacune des questions suivantes en précisant la forme la plus adaptée.

a) Déterminer l'image de $-\frac{1}{2}$ par *f*.

b) Déterminer les antécédents de -21 par *f*.

c) Déterminer l'ordonnée du point d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des ordonnées.

d) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.

e) Résoudre l'équation $f(x) = -25$.

f) Calculer $f\left(\frac{3}{4}\right)$.

Exercice 4A.1

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=(2x-4)^2-4$.

On note C_f *sa courbe représentative dans le plan.*

1. *Développer et réduire* $f(x)$ *pour tout réel x.*

$$f(x)=(2x)^2-2\times 2x\times 4+4^2-4=4x^2-16x+16-4=4x^2-16x+12$$

2. *Factoriser l'expression* $f(x)$ *pour tout réel x.*

$$f(x)=(2x-4)^2-4=(2x-4)^2-2^2=(2x-4+2)(2x-4-2)=(2x-2)(2x-6)$$

On suppose à partir de maintenant que $f(x)=(2x-2)(2x-6)=4x^2-16x+12$.

3. *On dispose ainsi de trois écritures de* $f(x)$ *: la forme de départ, la forme développée et la forme factorisée.*
   Répondre à chacune des questions suivantes en précisant la forme la plus adaptée.

   a) *Déterminer l'image de 2 par f.*

   $$f(2)=(2\times 2-4)^2-4=0^2-4=-4$$

   b) *Déterminer les antécédents de 12 par f.*

   On doit résoudre l'équation : $f(x)=12$

   Soit : $4x^2-16x+12=12 \Leftrightarrow 4x^2-16x=0 \Leftrightarrow 4x(x-4)=0$

   Deux solutions : soit $4x=0 \Leftrightarrow x=0$, soit $(x-4)=0 \Leftrightarrow x=4$ → $S=\{0;4\}$

   c) *Déterminer l'ordonnée du point d'intersection de la courbe* C_f *avec l'axe des ordonnées.*

   On doit calculer : $f(0)=4\times 0^2-16\times 0+12=12$: l'ordonnée est égale à 12.

   d) *Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe* C_f *avec l'axe des abscisses.*

   On doit résoudre l'équation : $f(x)=0 \Leftrightarrow (2x-2)(2x-6)=0$

   Soit $(2x-2)=0 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1$, soit $(2x-6)=0 \Leftrightarrow 2x=6 \Leftrightarrow x=3$ → $S=\{1;3\}$

   e) *Résoudre l'équation* $f(x)=-4$.

   $$(2x-4)^2-4=-4 \Leftrightarrow (2x-4)^2=0 \Leftrightarrow 2x-4=0 \Leftrightarrow 2x=4 \Leftrightarrow x=2 \quad \rightarrow S=\{2\}$$

   f) *Calculer* $f(3)$.

   $$f(3)=(2\times 3-2)(2\times 3-6)=4\times 0=0.$$

Exercice 4A.2

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=(3x-9)^2-16$.

On note C_f *sa courbe représentative dans le plan.*

1. *Développer et réduire* $f(x)$ *pour tout réel x.*

$$f(x)=(3x)^2-2\times 3x\times 9+9^2-16=9x^2-54x+81-16=9x^2-54x+65$$

2. *Factoriser l'expression* $f(x)$ *pour tout réel x.*

$$f(x)=(3x-9)^2-16=(3x-9)^2-4^2=(3x-9+4)(3x-9-4)=(3x-5)(3x-13)$$

On suppose à partir de maintenant que $f(x)=(3x-5)(3x-13)=9x^2-54x+65$.

3. *On dispose ainsi de trois écritures de* $f(x)$ *: la forme de départ, la forme développée et la forme factorisée.*

   a) *Déterminer l'image de 3 par f.*

$f(3)=(3\times3-9)^2-16=0^2-16=-16$

b) *Déterminer les antécédents de 65 par f.*

On doit résoudre l'équation : $f(x)=65$

Soit : $9x^2-54x+65=65 \Leftrightarrow 9x^2-54x=0 \Leftrightarrow 9x(x-6)=0$

Deux solutions : soit $6x=0 \Leftrightarrow x=0$, soit $x-6=0 \Leftrightarrow x=6$ $\rightarrow S=\{0;6\}$

c) *Déterminer l'ordonnée du point d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des ordonnées.*

On doit calculer : $f(0)=9\times0^2-54\times0+65=65$: l'ordonnée est égale à 65.

d) *Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.*

On doit résoudre l'équation : $f(x)=0 \Leftrightarrow (3x-5)(3x-13)=0$

Soit $3x-5=0 \Leftrightarrow 3x=5 \Leftrightarrow x=\frac{5}{3}$, soit $3x-13=0 \Leftrightarrow 3x=13 \Leftrightarrow x=\frac{13}{3}$ $\rightarrow S=\left\{\frac{5}{3};\frac{13}{3}\right\}$

e) *Résoudre l'équation $f(x)=-16$.*

$$(3x-9)^2-16=-16 \Leftrightarrow (3x-9)^2=0 \Leftrightarrow 3x-9=0 \Leftrightarrow 3x=9 \Leftrightarrow x=\frac{9}{3}=3 : \quad S=\{3\}$$

f) *Calculer $f\left(\frac{5}{3}\right)$.*

$$f\left(\frac{5}{3}\right)=\left(3\times\frac{5}{3}-5\right)\left(3\times\frac{5}{3}-13\right)=0\times(-8)=0.$$

Exercice 4A.3

On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(4x+2)^2-25$.

On note C_f sa courbe représentative dans le plan.

1. *Développer et réduire $f(x)$ pour tout réel x.*

$$f(x)=(4x)^2+2\times4x\times2+2^2-25=16x^2+16x+4-25=16x^2+16x-21$$

2. *Factoriser l'expression $f(x)$ pour tout réel x.*

$$f(x)=(4x+2)^2-25=(4x+2)^2-5^2=(4x+2+5)(4x+2-5)=(4x+7)(4x-3)$$

On suppose à partir de maintenant que $f(x)=(4x+7)(4x-3)=16x^2+16x-21$.

3. *On dispose ainsi de trois écritures de $f(x)$: la forme de départ, la forme développée et la forme factorisée.*

a) *Déterminer l'image de $-\frac{1}{2}$ par f.*

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+2\right)^2-25=(-2+2)^2-25=0^2-25=-25$$

b) *Déterminer les antécédents de -21 par f.*

On doit résoudre l'équation : $f(x)=-21$

Soit : $16x^2+16x-21=-21 \Leftrightarrow 16x^2+16x=0 \Leftrightarrow 16x(x+1)=0$

Deux solutions : soit $16x=0 \Leftrightarrow x=0$, soit $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ $\rightarrow S=\{0;-1\}$

c) *Déterminer l'ordonnée du point d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des ordonnées.*

On doit calculer : $f(0)=16\times0^2+16\times0-21=-21$: l'ordonnée est égale à -21.

d) *Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.*

On doit résoudre l'équation : $f(x)=0 \Leftrightarrow (4x+7)(4x-3)=0$

Soit $4x+7=0 \Leftrightarrow 4x=-7 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{4}$, soit $4x-3=0 \Leftrightarrow 4x=3 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4}$

$\rightarrow S=\left\{-\frac{7}{4};\frac{3}{4}\right\}$

e) *Résoudre l'équation* $f(x)=-25$.

$$(4x+2)^2-25=-25 \Leftrightarrow (4x+2)^2=0 \Leftrightarrow 4x+2=0 \Leftrightarrow 4x=-2 \Leftrightarrow x=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2} :$$

$\rightarrow S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

f) *Calculer* $f\left(\frac{3}{4}\right)$.

$$f\left(\frac{3}{4}\right)=\left(4\times\frac{3}{4}+7\right)\left(4\times\frac{3}{4}-3\right)=10\times 0=0.$$