

Seconde – Exercices techniques sur les équations

**Exercice 4B.1** Résoudre les équations suivantes en factorisant les expressions :

- a)  $x^2 + 4x + 4 + (3 - 2x)(x + 2) = 0$
- b)  $16x^2 - 40x + 25 - (4 + 6x)(5 - 4x) = 0$
- c)  $25x^2 - 30x + 9 + (7 + 2x)(3 - 5x) = 0$
- d)  $81x^2 - 64 - (2x + 5)(8 - 9x) = 0$

**Exercice 4B.2** Développer les expressions suivantes :

- a)  $A = (\sqrt{3} + 2)^2$
- b)  $B = (5 - \sqrt{2})^2$
- c)  $C = (\sqrt{7} + \sqrt{6})^2$
- d)  $D = (\sqrt{11} - \sqrt{3})^2$
- e)  $E = (3\sqrt{2} + 4\sqrt{5})^2$
- f)  $F = (6\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2$

**Exercice 4B.3** Développer les expressions suivantes :

- a)  $10\sqrt{\frac{25}{3x}} = 80$
- b)  $3\sqrt{x-1} = 2$

**CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet**

**Exercice 4B.1**

Résoudre les équations suivantes en factorisant les expressions :

**a)**  $x^2 + 4x + 4 + (3 - 2x)(x + 2) = 0$   
 $\Leftrightarrow x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 + (3 - 2x)(x + 2) = 0$   
 $\Leftrightarrow (x + 2)^2 + (3 - 2x)(x + 2) = 0$   
 $\Leftrightarrow (x + 2)[(x + 2) + (3 - 2x)] = 0$   
 $\Leftrightarrow (x + 2)(5 - x) = 0$

Soit :  $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Soit :  $5 - x = 0 \Leftrightarrow -x = -5 \Leftrightarrow -x \times (-1) = -5 \times (-1) \Leftrightarrow x = 5$

$S = \{-2; 5\}$

**b)**  $16x^2 - 40x + 25 - (4 + 6x)(5 - 4x) = 0$   
 $\Leftrightarrow (4x)^2 - 2 \times 4x \times 5 + 5^2 - (4 + 6x)(5 - 4x) = 0$   
 $\Leftrightarrow (4x - 5)^2 - (4 + 6x)(5 - 4x) = 0$   
 $\Leftrightarrow (4x - 5)^2 - (4 + 6x)[-(4x - 5)] = 0$   
 $\Leftrightarrow (4x - 5)^2 + (4 + 6x)(4x - 5) = 0$   
 $\Leftrightarrow (4x - 5)[(4x - 5) + (4 + 6x)] = 0$   
 $\Leftrightarrow (4x - 5)(10x - 1) = 0$

NB : on a aussi :  $(4x - 5)^2 = (5 - 4x)^2$

Soit :  $4x - 5 = 0 \Leftrightarrow 4x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$

Soit :  $10x - 1 = 0 \Leftrightarrow 10x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{10}$

$S = \left\{ \frac{5}{4}; \frac{1}{10} \right\}$

**c)**  $25x^2 - 30x + 9 + (7 + 2x)(3 - 5x) = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2 + (7 + 2x)(3 - 5x) = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x - 3)^2 + (7 + 2x)(3 - 5x) = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x - 3)^2 + (7 + 2x)(3 - 5x) = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x - 3)^2 + (7 + 2x)[-(5x - 3)] = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x - 3)^2 - (7 + 2x)(5x - 3) = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x - 3)[(5x - 3) - (7 + 2x)] = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x - 3)[5x - 3 - 7 - 2x] = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x - 3)(3x - 10) = 0$

NB : on a aussi :  $(5x - 3)^2 = (3 - 5x)^2$

Soit :  $5x - 3 = 0 \Leftrightarrow 5x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$

Soit :  $3x - 10 = 0 \Leftrightarrow 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$

$S = \left\{ \frac{3}{5}; \frac{10}{3} \right\}$

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & 81x^2 - 64 - (2x+5)(8-9x) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (9x)^2 - 8^2 - (2x+5)(8-9x) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (9x+8)(9x-8) - (2x+5)(8-9x) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (9x+8)(9x-8) - (2x+5)[-(9x-8)] = 0 \\
 \Leftrightarrow & (9x+8)(9x-8) + (2x+5)(9x-8) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (9x-8)[(9x+8) + (2x+5)] = 0 \\
 \Leftrightarrow & (9x-8)(11x+13) = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Soit : } 9x - 8 = 0 \Leftrightarrow 9x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{9}$$

$$\text{Soit : } 11x - 13 = 0 \Leftrightarrow 11x = 13 \Leftrightarrow x = \frac{13}{11}$$

$$S = \left\{ \frac{8}{9}; \frac{13}{11} \right\}$$

**Exercice 4B.2** Développer les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad A &= (\sqrt{3} + 2)^2 \\
 &= (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 2 + 2^2 \\
 &= 3 + 4\sqrt{3} + 4 \\
 &= 7 + 4\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad B &= (5 - \sqrt{2})^2 \\
 &= 5^2 - 2 \times 5 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\
 &= 25 - 10\sqrt{2} + 2 \\
 &= 27 - 10\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad C &= (\sqrt{7} + \sqrt{6})^2 \\
 &= (\sqrt{7})^2 + 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\
 &= 7 + 2 \times \sqrt{7 \times 6} + 6 \\
 &= 13 + 2 \times \sqrt{42}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad D &= (\sqrt{11} - \sqrt{3})^2 \\
 &= (\sqrt{11})^2 - 2 \times \sqrt{11} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\
 &= 11 - 2 \times \sqrt{11 \times 3} + 3 \\
 &= 14 - 2 \times \sqrt{33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad E &= (3\sqrt{2} + 4\sqrt{5})^2 \\
 &= (3\sqrt{2})^2 + 2 \times 3\sqrt{2} \times 4\sqrt{5} + (4\sqrt{5})^2 \\
 &= 9 \times 2 + 24 \times \sqrt{2 \times 5} + 16 \times 5 \\
 &= 18 + 24\sqrt{10} + 80 \\
 &= 98 + 24\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f)} \quad F &= (6\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2 \\
 &= (6\sqrt{3})^2 - 2 \times 6\sqrt{3} \times 2\sqrt{7} + (2\sqrt{7})^2 \\
 &= 36 \times 3 - 24 \times \sqrt{3 \times 7} + 4 \times 7 \\
 &= 108 - 24\sqrt{21} + 28 \\
 &= 136 - 24\sqrt{21}
 \end{aligned}$$

**Exercice 4B.3** Développer les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad 10\sqrt{\frac{25}{3x}} &= 80 && \text{il faut que } \frac{25}{3x} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0 \\
 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{25}{3x}} &= \frac{80}{10} \\
 \Leftrightarrow \left(\sqrt{\frac{25}{3x}}\right)^2 &= 8^2 \\
 \Leftrightarrow \frac{25}{3x} &= 64 \\
 \Leftrightarrow 25 &= 64 \times 3x \\
 \Leftrightarrow 25 &= 192x \\
 \Leftrightarrow \frac{25}{192} &= \frac{192x}{192} \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{25}{192}
 \end{aligned}$$

Ce résultat est bien tôt supérieur ou égal à 0 donc :

$$S = \left\{ \frac{25}{192} \right\}$$

$$\text{b)} \quad 3\sqrt{x-1} = 2$$

Il faut que le contenu de la racine carrée soit positif ou nul :

$$x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

Résolution :

$$\begin{aligned}
 3\sqrt{x-1} &= 2 \\
 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} &= \frac{2}{3} \\
 \Leftrightarrow (\sqrt{x-1})^2 &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\
 \Leftrightarrow x-1 &= \frac{4}{9} \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{4}{9} + 1 = \frac{4}{9} + \frac{9}{9} = \frac{13}{9}
 \end{aligned}$$

Vérification :

$$\frac{13}{9} \geq 1$$

$$\text{Donc : } S = \left\{ \frac{13}{9} \right\}$$